ନିତିଦିନିଆ ଗଣିତ

ଆର.ଏମ. ଭାଗୱତ

ଅନୁବାଦ

ପବିତ୍ର ମୋହନ ଦାଶ

ନିତିଦିନିଆ ଗଣିତ

ଲୋକପ୍ରିୟ ବିଜ୍ଞାନ

ନିତିଦିନିଆ ଗଣିତ

ଆର.ଏମ.ଭାଗଓ୍ୱତ

ଅନୁବାଦ

ପବିତ୍ର ମୋହନ ଦାଶ

ଅଳଙ୍କରଣ

ପବିତ୍ର ଘୋଷ



ନ୍ୟାସନାଲ ବୁକ୍ ଟ୍ରଷ୍ଟ, ଇଣ୍ଡିଆ

ISBN 81-237-4620-2

2006 (ଶକାବ୍ଦ 1927)

Everyday Mathematics *(Oriya)*
ଟ. 40.00
ନିର୍ଦ୍ଦେଶକ, ନ୍ୟାସନାଲ ବୁକ୍ ଟ୍ରଷ୍ଟ, ଇଣ୍ଡିଆ
ଏ - 5, ଗ୍ରୀନ୍‌ପାର୍କ, ନୂଆ ଦିଲ୍ଲୀ - 110016 କର୍ତ୍ତୃକ ପ୍ରକାଶିତ ।

ସୂଚୀ

କୃତଜ୍ଞତା vii

ମୁଖବନ୍ଧ ix

1. ଉପକ୍ରମ 1
2. ସଂଖ୍ୟା 4
3. ଚଳରାଶି 31
4. ଅନୁପାତ : ଜିନିଷଗୁଡ଼ିକର ତୁଳନା 41
5. ଆକୃତି ଏବଂ ଆକାର 46
6. ତ୍ରିକୋଣମିତି 62

ସହାୟକ ଗ୍ରନ୍ଥସୂଚୀ 69

ମୋ ବାପା ଓ ମା'ଙ୍କୁ

କୃତଜ୍ଞତା

ବମ୍ବେର ଟାଟା ଇନ୍‌ଷ୍ଟିଚ୍ୟୁଟ୍ ଅଫ୍ ଫଣ୍ଡାମେଣ୍ଟାଲ୍ ରିସର୍ଚ୍ଚ (ଟି.ଆଇ.ଏଫ୍.ଆର୍)ସ୍ଥିତ ହୋମି ଭାବା ବିଜ୍ଞାନ ଶିକ୍ଷାକେନ୍ଦ୍ର (ଏଚ୍.ବି.ସି.ଏସ୍.ଇ)ର ଭୂତପୂର୍ବ ନିର୍ଦ୍ଦେଶକ ଅଧ୍ୟାପକ ଭି.ଜି.କୁଲ୍‌କର୍ଣ୍ଣି ଏହି ପୁସ୍ତକର ପ୍ରସ୍ତୁତି ନିମନ୍ତେ ଯେଉଁ ସହାୟତା ଦେଇଥିଲେ ସେଥିନିମନ୍ତେ ମୁଁ ତାଙ୍କ ନିକଟରେ କୃତଜ୍ଞ । ଏହି ପୁସ୍ତକର ରଚନା ନିମନ୍ତେ ମୋତେ ପ୍ରେରଣା ଯୋଗାଇଥିବା ଡ.ଏଚ୍.ସି.ପ୍ରଧାନଙ୍କ ନିକଟରେ ମୁଁ ଋଣୀ । ଏହାର ପାଣ୍ଡୁଲିପି ପାଠକରି ସେ ଅନେକ ମୂଲ୍ୟବାନ ପରାମର୍ଶ ଦେଇଛନ୍ତି । ତାଙ୍କର ନିୟମିତ ସହଯୋଗ ଏବଂ ଉତ୍ସାହ ପ୍ରଦାନ ନିମନ୍ତେ ସେ ଧନ୍ୟବାଦାର୍ହ । ବମ୍ବେରେ ଅବସ୍ଥିତ କୀର୍ତ୍ତି ମହାବିଦ୍ୟାଳୟର ଡ. ସୀମା ପୁରୋହିତ ଏହି ପୁସ୍ତକର ପାଣ୍ଡୁଲିପି ଯତ୍ନର ସହିତ ଅଧ୍ୟୟନକରି ବହୁ ମୂଲ୍ୟବାନ୍ ମତାମତ ପ୍ରଦାନ କରିଛନ୍ତି । ତାଙ୍କୁ ମୁଁ ଆନ୍ତରିକ ଧନ୍ୟବାଦ ଜଣାଉଛି । ପାଣ୍ଡୁଲିପିର ପ୍ରେସ୍ କପି ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିଥିବା ଶ୍ରୀ ଅରୁଣ ମାଭାଲାଙ୍କର କମ୍ପ୍ୟୁଟରରେ ଟାଇପ୍ କରିଥିବା ଶ୍ରୀମତୀ ଭି.ଏନ୍.ଗୌରବ, ଜେରକ୍ସ କରିଥିବା ଶ୍ରୀ ଶିବାଜୀ ନନ୍ଦ୍‌କର ପ୍ରଭୃତିଙ୍କୁ ମୁଁ ଧନ୍ୟବାଦ ଜଣାଉଛି । ଏଚ୍.ବି.ସି.ଏସ୍.ଇ.ର ସମସ୍ତ ସଭ୍ୟ ମୋତେ ଅନେକ ସହାୟତା ପ୍ରଦାନ କରିଛନ୍ତି । ନିଲେଶ, ସମୀର, ବ୍ରିନ୍ଦା ଏବଂ ଧନାଶ୍ରୀ ପ୍ରଭୃତି ମୋ ପରିବାରରେ ସଦସ୍ୟମାନଙ୍କୁ ମୁଁ ଧନ୍ୟବାଦ ଜଣାଉଛି ଯେଉଁମାନେ ଏହାର ଅଳଙ୍କରଣରେ ମୋତେ ସହାୟତା କରିଥିଲେ । ସେମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ପ୍ରସ୍ତୁତ ଅନେକ ଅଳଙ୍କରଣ ବ୍ୟବସ୍ଥା ପରେ ନ୍ୟାସନାଲ ବୁକ୍‌ଟ୍ରଷ୍ଟ ଦ୍ୱାରା ପରିମାର୍ଜିତ ହୋଇଥିଲା ।

ନ୍ୟାସନାଲ ବୁକ୍‌ଟ୍ରଷ୍ଟରସହକାରୀ ସଂପାଦିକା ମଂଜୁ ଗୁପ୍ତାଙ୍କର ଅନୁପ୍ରେରଣା ତଥା ପୁସ୍ତକର ପାଣ୍ଡୁଲିପି ପ୍ରସ୍ତୁତିରେ ବିଳମ୍ବ ସତ୍ତ୍ୱେ ଧୈର୍ଯ୍ୟପୂର୍ଣ୍ଣ ସହଯୋଗିତା ବିନା ଏ ପୁସ୍ତକ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ହୋଇପାରିନଥାନ୍ତା । ତାଙ୍କର ଉତ୍ସାହ ଓ ପ୍ରେରଣା ପ୍ରତି ମୋର ଆନ୍ତରିକ ଧନ୍ୟବାଦ ।

ମୁମ୍ବାଇ

ଆର.ଏମ.ଭାଗୱତ

ମୁଖବନ୍ଧ

ଗଣିତ ହେଲା ମାନବର ମାନସପ୍ରସୂତ ଯାହା ତାର କାର୍ଯ୍ୟକଳାପ ଓ ପ୍ରକୃତିର ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣରୁ ସୃଷ୍ଟି ହୋଇଥାଏ । ମଣିଷମନର ମୂଳଭାବନା ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ସଂକ୍ଷିପ୍ତଭାବରେ ଉପସ୍ଥାପନ କରିଥାଏ ଗଣିତ । ବାସ୍ତବ ପୃଥିବୀକୁ ଏହା ଭାବମୟ ପୃଥିବୀରେ ପରିଣତକରେ ଏବଂ ପ୍ରକୃତ ଜଗତକୁ ଚଳେଇ ରଖିବାପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ନୀତି ଓ ନିୟମର ଅଧ୍ୟୟନ ମଧ୍ୟ କରିଥାଏ । ନିତିଦିନିଆ ଗଣିତର ଅନେକାଂଶ ହେଲା ଏଇ ମୂଳଭାବନାର ସାରଅଂଶ, ତେଣୁ ଅପେକ୍ଷାକୃତ ସରଳ ମଧ୍ୟ । ସେଥିରୁ ଅନେକ ଚିନ୍ତା ଯଦିଓ ଆମର କୌତୂହଳରୁ ସୃଷ୍ଟି ହୋଇଥାଏ, ତଥାପି ତାକୁ ନିୟନ୍ତ୍ରଣ କରିବାପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ପଡ଼େ ଯଥାର୍ଥ ଭାଷା ଏବଂ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ପ୍ରକାଶପାଇଁ କେତେକ ଚିହ୍ନ ଏବଂ ନିୟମ । ସେଥିପାଇଁ ଗଣିତର ଥାଏ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଭାଷା ଏବଂନିୟମ, ଯାହାକୁ ପ୍ରଥମେ ଶିଖିବା ଆବଶ୍ୟକ । ଏଥିପାଇଁ ବୋଧହୁଏ ସାଧାରଣଲୋକେ ଭାବନ୍ତି ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରୁ ଏହା ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଏବଂ କଳ୍ପନା କରିବା ମଧ୍ୟ କଷ୍ଟସାଧ୍ୟ । କିନ୍ତୁ ପ୍ରକୃତରେ ଏହା ଯେ କେବଳ ଆମର ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନ ସହିତ ଓତପ୍ରୋତ ଭାବରେ ଜଡ଼ିତ ତାହାନୁହେଁ ସେଇଥିରୁ ସୃଷ୍ଟ ମଧ୍ୟ । ଦୁର୍ଭାଗ୍ୟବଶତଃ, ଅଧିକାଂଶ ଲୋକେ ଗଣିତ ପ୍ରତି ଅନାଗ୍ରହ ପ୍ରକାଶକରିଥାନ୍ତି ଏବଂ ଅହେତୁକ ବିମୁଖତା ମଧ୍ୟ । ତଥାପି ଏହା ଜୀବନର ପ୍ରତ୍ୟେକସ୍ତରରେ ଆବଶ୍ୟକ ପଡ଼ିଥାଏ ଏବଂ ଜ୍ଞାନର ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଶାଖାରେ ବ୍ୟବହୃତ ମଧ୍ୟ ହୋଇଥାଏ । ଆର୍କିମେଡିସ୍, ନିଉଟନ୍, ଗସ୍, ଲାଂଗ୍ରେଜଙ୍କପରି ବିଶିଷ୍ଟ ବୈଜ୍ଞାନିକମାନଙ୍କର ଗଣିତ ସହିତ ବିଜ୍ଞାନ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଦେଇଥିବା ବହୁବିଧ ଅବଦାନକୁ ଦେଖି ସେଥିପାଇଁ ଆଶ୍ଚର୍ଯ୍ୟ ହେବାର କିଛିନାହିଁ ।

ଗଣିତ ବୋଧହୁଏ ମାନବଜ୍ଞାନର ଅନ୍ୟତମ ପ୍ରାଥମିକ ସୃଷ୍ଟି ଏବଂ ସଭ୍ୟତାପରି ସର୍ବପୁରାତନ ମଧ୍ୟ । ମଣିଷ ଜୀବନର ବିକାଶ ଏବଂ ଜଟିଳତା ସହିତ ଏହାର ବିକାଶ ଓ ଜଟିଳତା ମଧ୍ୟ ବୃଦ୍ଧି ପାଇଛି । ସଭ୍ୟତାର ଇତିହାସରେ ମଣିଷର ଜୀବନ ଯେପରି ଧୀରେ ଧୀରେ ଗୁହାର ସରଳତାରୁ କୁଟିଳତା ଦେଇ ବହୁମୁଖୀ ବିକାଶ ଦେଖିଛି, ସେହିପରି ଗଣିତ ମଧ୍ୟ ମାନବଜ୍ଞାନରେ କ୍ରମେ ଏକ ବିଶାଳ ଏବଂ ସମୃଦ୍ଧ ଶାଖାରେ ପରିଣତ ହୋଇଅଛି । ସାଧାରଣ ଲୋକଙ୍କପାଇ ଖୁବ୍ ବେଶୀ ଅତୀତକୁ ଯିବା ଆବଶ୍ୟକ ନାହିଁ, ଏକ ସହସ୍ର ବର୍ଷତଳେ ମଧ୍ୟ ବୈଜ୍ଞାନିକ, ଗଣିତଜ୍ଞ, ବିଶେଷଜ୍ଞ, ଅର୍ଥନୀତିଜ୍ଞ ଏବଂ ଅନ୍ୟମାନେ ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ଭିନ୍ନଭିନ୍ନ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଗଣିତର ସୂକ୍ଷ୍ମାତିସୂକ୍ଷ୍ମ ବ୍ୟବସ୍ଥାକୁ ମଧ୍ୟ ବିଭିନ୍ନ ଉପାୟରେ ବହୁଳଭାବରେ ବ୍ୟବହାର କରିବାରେ ଲାଗିଥିଲେ । ସମ୍ପ୍ରତି ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ଗଣିତର ଆବଶ୍ୟକତା ଅଧିକରୁ ଅଧିକ ହେବାରେ ଲାଗିଛି ।

ମାନବସମାଜର ବିକାଶରେ ସେଥିପାଇଁ ଗଣିତର ଅହେତୁକି ଯୋଗଦାନ ଏବଂ ଆବଶ୍ୟକତାକୁ ଯଥାଯଥଭାବରେ ବୁଝିବା ଉଚିତ୍ । ଆମ ଜୀବନରୁ ବହୁବିଧ ଉଦାହରଣ ନେଇ ଏଇ ପୁସ୍ତକରେ ଦୈନନ୍ଦିନ ଗଣିତକୁ ବେଶ୍ ସରଳଭାବରେ ବୁଝାଇ ଦିଆଯାଇଛି । ଆମର ନିତିଦିନିଆ ସରଳଜୀବନରୁ ଗଣିତ କିପରି ସୃଷ୍ଟି ହୋଇଛି ଏବଂ ଦିନକୁ ଦିନ ଜାତ ହେଉଥିବା ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନରେ କିପରି ସହାୟକ ହୋଇଛି, ଏହା ଐତିହାସିକ ବିକାଶ ବର୍ଣ୍ଣନାବେଳେ ବିଶେଷଭାବରେ ଦେଖାଇଦିଆଯାଇଛି । ବିଂଶ ଶତାବ୍ଦୀର ଶେଷପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଗଣିତର ସମଗ୍ର ବିକାଶରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରଧାନ ପଦକ୍ଷେପରେ ଭାରତୀୟ ଗଣିତଜ୍ଞମାନଙ୍କର ଯୋଗଦାନ ଆମ ପାଇଁ କମ୍ ଗୌରବର କଥାନୁହେଁ । ଏଇ ପୁସ୍ତକରେ ପ୍ରାଚୀନ ହିନ୍ଦୁ ଗଣିତଜ୍ଞଙ୍କର ଅବଦାନକୁ ବିଶେଷ ପ୍ରାଧାନ୍ୟ ଦିଆଯାଇଛି । ଗଣିତ କେବଳ ଯେ ଉଦ୍ଭଟ ଧାରଣା ବା ନିୟମର ଶୁଷ୍କ ସମାହାର ନୁହେଁ ବରଂ ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନର ଆଧାର, ଏହାର ପ୍ରମାଣପାଇଁ ଆମ ଜୀବନର ବଡ଼ଛୋଟ ସମସ୍ୟାକୁ ଏଥିରେ ଉଦାହରଣ ରୂପେ ଗ୍ରହଣ କରାଯାଇଛି । ଗଣିତର ଭିନ୍ନଭିନ୍ନ ଦିଗ ଆଲୋଚନା କଲାବେଳେ ଅଳ୍ପରୁ ଅଳ୍ପ ଗାଣିତିକ ଶବ୍ଦ ଏବଂ ସୂତ୍ର ସହିତ ସରଳଭାଷାର ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଛି । ବୁଝିବାରେ ସୁବିଧାପାଇଁ ପ୍ରଚୁର ଚିତ୍ର ସହିତ ବହୁଳଭାବରେ ଏହାକୁ ସଚିତ୍ର କରାଯାଇଛି । ସହଜ ଅଧ୍ୟୟନ ଏବଂ ଆଗ୍ରହ ଉଦ୍ରେକପାଇଁ ଏଇ ପୁସ୍ତକରେ ଯତ୍‌ପରୋନାସ୍ତି ଚେଷ୍ଟା ମଧ୍ୟ କରାଯାଇଛି ।

ଆଶା କରାଯାଉଛି, "ନିତିଦିନିଆ ଗଣିତ" ଆଗ୍ରହୀ ସାଧାରଣ ପାଠକଙ୍କୁ ଗଣିତକୁ ବୁଝିବା, ଅଧ୍ୟୟନ କରିବା ଏବଂ ଗ୍ରହଣ କରିବାରେ ନିଶ୍ଚୟ ସହାୟକ ହେବ ।

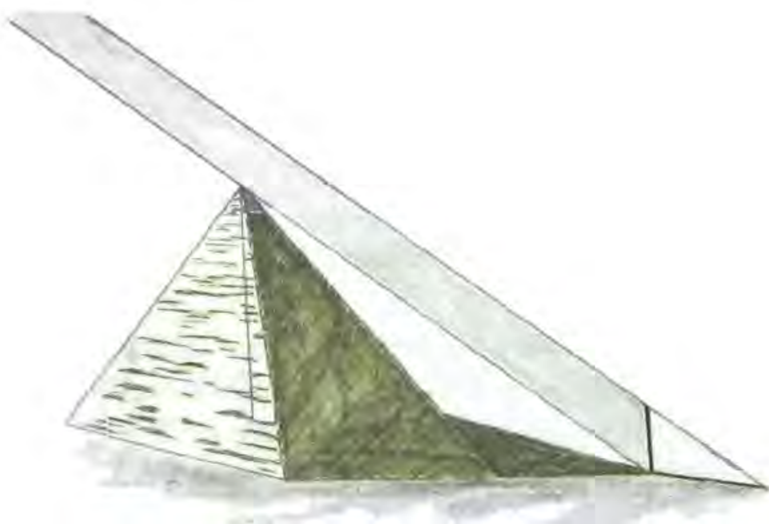
1

ଉପକ୍ରମ

ଅନେକ ଯୁଗରୁ ମ୍ୟାଥେମ୍ୟାଟିକ୍ସ (ଗଣିତ) ଏକ ଉପଯୋଗୀ ବିଷୟରୂପେ ଗୃହୀତ ହୋଇଆସିଛି । ମ୍ୟାଥେମ୍ୟାଟିକ୍ସ ଗ୍ରୀକ୍ ଶବ୍ଦ 'ମ୍ୟାଥମାଟା'ରୁ ଗୃହୀତ ଯାହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି "ଶିକ୍ଷଣଯୋଗ୍ୟ ବିଷୟ ବସ୍ତୁ ।" ବିଂଶ ଶତାବ୍ଦୀର ବିଖ୍ୟାତ ବ୍ରିଟିଶ୍ ଗଣିତଜ୍ଞ ତଥା ଦାର୍ଶନିକ ବର୍ଟାଣ୍ଡ ରସେଲ୍‌ଙ୍କ ମତରେ "ଗଣିତ ଏପରି ଏକ ବିଷୟ ଯେଉଁଥିରେ ଆମେ ଜାଣୁନା କଣ କହିବାକୁ ଯାଉଛୁ । ଏହା ମଧ୍ୟ ଜାଣିପାରୁନା ଯାହା କହୁଛୁ ତାହା ଠିକ୍ କି ନା ।" ଏହା ଆମକୁ ବାସ୍ତବ ଜଗତ ସମ୍ପର୍କରେ କିଛି ଶିକ୍ଷା ଦିଏନା, କିନ୍ତୁ ଗୋଟିଏ ଜିନିଷ ଯେ ଆଉ ଗୋଟିଏ ସହ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ନିୟମ ଦ୍ୱାରା ସମ୍ପର୍କିତ ଏଥିରୁ ଏହି ଶିକ୍ଷା ମିଳେ । ଏହି ବିଷୟକୁ କେବଳ ଜ୍ଞାନର ଏକ ନିର୍ଦ୍ଧାରିତ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆବଦ୍ଧକରି ରଖିବା ଅନୁଚିତ । ଗ୍ରୀକ୍‌ମାନଙ୍କ ମତରେ ଗଣିତ ମାଧ୍ୟମରେ କେବଳ ସଂଖ୍ୟା ଅଧ୍ୟୟନ ହୁଏନା ତତ୍ ସହିତ ଜ୍ୟୋତିବିଜ୍ଞାନ ଏବଂ ସଙ୍ଗୀତର ଅଧ୍ୟୟନ ମଧ୍ୟ ସମ୍ଭବ ହୁଏ । ସମ୍ପ୍ରତି ଜ୍ୟୋତିର୍ବିଦ୍ୟା ଓ ସଂଗୀତକୁ ଅବଶ୍ୟ ଗାଣିତିକ ବିଷୟରୂପେ ଧରାଯାଉ ନାହିଁ ତଥାପି ଗଣିତର ପରିସର ଯେ ପୂର୍ବାପେକ୍ଷା ବ୍ୟାପକ ଏକଥା କହିବାରେ ଦ୍ୱିଧା ନାହିଁ ।

ଗଣିତର ସୂତ୍ରପାତ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ କୌଣସି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସୂଚନା ଏଯାବତ୍ ମିଳିନାହିଁ । ତେବେ ପ୍ରାୟ ଚାରିହଜାର ବର୍ଷ ପୂର୍ବେ ବେବିଲୋନ୍ ଓ ଇଜିପ୍ଟରେ ବାସିନ୍ଦାମାନେ କ୍ୟାଲେଣ୍ଡର ପ୍ରସ୍ତୁତିରେ ଗଣିତର ବ୍ୟବହାର କରୁଥିଲେ । ଫଳରେ କେବେ ବିହନ ବୁଣାଯିବ, କେବେ ନୀଳନଦୀରେ ବନ୍ୟା ଆସିବ ବା କିପରି ବର୍ଗୀୟ ସମୀକରଣ କରାଯାଇପାରିବ ସେ ସମ୍ପର୍କରେ ସେମାନେ ଏକ ବିଧିବଦ୍ଧ ଧାରଣା ହାସଲ କରିପାରୁଥିଲେ । ଭୁଲ୍ କ୍ରମେ ଅଧୁନା ପିଥାଗୋରସ୍‌ଙ୍କ ନାମାନୁସାରେ ପ୍ରଚଳିତ ଉପପାଦ୍ୟ ସମ୍ପର୍କରେ ମଧ୍ୟ ସେମାନେ ଅବଗତ ଥିଲେ । ସେମାନଙ୍କର ଜୀବନ ଥିଲା କୃଷିଭିତ୍ତିକ ଏବଂ ସେମାନେ ନକ୍ଷତ୍ର ଓ ଗ୍ରହ ଗତି ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ ମଧ୍ୟ କରୁଥିଲେ । ବ୍ୟବସାୟ, ମୁଦ୍ରା ବିନିମୟ ଇତ୍ୟାଦିରେ ହିସାବପତ୍ର ନିମନ୍ତେ ପାଟୀଗଣିତ ବ୍ୟବହୃତ ହେଉଥିଲା । ଜମିଜମାର ସୀମା ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ ଏବଂ ପିରାମିଡ୍ ଜାତୀୟ କୀର୍ତ୍ତିସ୍ତମ୍ଭ ନିର୍ମାଣରେ ଜ୍ୟାମିତିର ବ୍ୟବହାର କରାଯାଉଥିଲା ।

ପ୍ରଥମ ତାତ୍ତ୍ୱିକ ଗଣିତଜ୍ଞ ହିସାବରେ ମିଲେଟସ୍‌ର ଥେଲ୍‌ସ (645-546 ଖ୍ରୀ:ପୂ)ଙ୍କୁ ଧରାଯାଏ । ସେ ଦେଖାଇଦେଲେ ଯେ ଗୋଟିଏ ବସ୍ତୁର ଉଚ୍ଚତା ମାପିବା ନିମନ୍ତେ ଏହାର ଛାଇର ଉଚ୍ଚତା ଏକ ମାପକାଠି ସହାୟତାରେ ମାପିବା ଉଚିତ୍ । ପରେ ଛାଇର ଉଚ୍ଚତାକୁ ଭିତ୍ତିକରି ବସ୍ତୁର



ଚିତ୍ର.।

ଉଚ୍ଚତା ତୁଳନାତ୍ମକଭାବେ ପ୍ରକାଶକରିବା ସମ୍ଭବ ହୋଇପାରିବ । ସେ ଏକ ସୂର୍ଯ୍ୟପରାଗ ସମ୍ପର୍କରେ ପୂର୍ବାନୁମାନ କରିଥିବା ଜଣାଯାଏ । ତାଙ୍କର ଛାତ୍ର ପିଥାଗୋରସ ଜ୍ୟାମିତିକୁ ବିଜ୍ଞାନର ଏକ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ବିଭାଗରୂପେ ପ୍ରତିଷ୍ଠିତ କରିବା ସଙ୍ଗେ ସଙ୍ଗେ ୟୁକ୍ଲିଡ୍ ଓ ଆର୍କିମେଡିସ୍‌ଙ୍କ ନିମନ୍ତେ ପଥ ପରିଷ୍କାର କରିଦେଲେ ।

ବେବିଲୋନିଆବାସୀଙ୍କ ଠାରୁ ଗ୍ରୀକ୍‌ମାନେ ଯାହା ପାଇଲେ ତହିଁରେ ଅନେକ କିଛି ସଂଯୋଗ କଲେ । ଏଥି ସହିତ ସେମାନେ ଗଣିତକୁ ଏକ ଯୁକ୍ତିଭିତ୍ତିକ ବ୍ୟବସ୍ଥାରେ ପରିଣତ କଲେ । ଏଥିରେ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଧାରିତ ତତ୍ତ୍ୱ ରହିଲା ଯାହାକୁ ଉପପାଦ୍ୟ କୁହାଗଲା । ଏହି ତତ୍ତ୍ୱର ଏକ ଉପସଂହାର ରହିଲା ତାକୁ 'ପ୍ରମାଣ'ରୂପେ ଆଖ୍ୟାୟିତ କରାଗଲା ।

ଆମେ ସମସ୍ତେ ଅଳ୍ପ ବହୁତେ ଗଣିତଜ୍ଞ ଅଟୁ । ସମୟ ଜାଣିବାପାଇଁ ଘଡ଼ି ଦେଖିବା , କିଣାକିଣି ବେଳେ ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣକରିବା, ଫୁଟବଲ, ଟେନିସ୍ ବା କ୍ରିକେଟ୍ ଖେଳିଲାବେଳେ ଲବ୍‌ଧାଙ୍କ ଗଣିବା ଇତ୍ୟାଦି ସମୟରେ ଆମେ ଗଣିତର ବ୍ୟବହାର କରିଥାଉ ।

ବ୍ୟବସାୟ ପ୍ରତିଷ୍ଠାନ ତଥା ଶିଳ୍ପାନୁଷ୍ଠାନଗୁଡ଼ିକର ହିସାବପତ୍ର ବ୍ୟବସ୍ଥା ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣରୂପେ ଗଣିତ ଉପରେ ନିର୍ଭରଶୀଳ । ବୀମା ବ୍ୟବସ୍ଥା ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣରୂପେ ଚକ୍ରବୃଦ୍ଧି ସୁଧର କଥା । ଗୋଟିଏ ଜାହାଜ ବା ଉଡାଜାହାଜର ଚାଳକ ଚାଳନା ନିମନ୍ତେ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣରୂପେ ଜ୍ୟାମିତି ଉପରେ ନିର୍ଭର କରିଥାଏ । ଅଧିକାଂଶ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ ତ୍ରିକୋଣମିତି ଉପରେ ପର୍ଯ୍ୟବସିତ । ଜଣେ ଚିତ୍ରକରକୁ ତା'ର ଅଙ୍କନରେ ଗଣିତ ଅନେକ ସହାୟତା କରେ । ଗୋଟିଏ ସମତଳପୃଷ୍ଠରେ ଶିଳ୍ପୀ ଏପରି ଚିତ୍ରାଙ୍କନ କରେ ଯେ ତା'ର ତ୍ରି



ଚିତ୍ର.2

ପ୍ରସ୍ଥ ସଠିକ୍‌ରୂପେ ବାରି ହୁଏ । (ଚିତ୍ର - 2) । ସଙ୍ଗୀତରେ ହାର୍ମନିର ମାପକ ଏବଂ ତତ୍ତ୍ୱ ଗଣିତ ଉପରେ ପର୍ଯ୍ୟବସିତ । ବିଜ୍ଞାନରେ ଗଣିତର ଭୂମିକା ଏତେ ବ୍ୟାପକ ଯେ ଗଣିତଜ୍ଞ ଏରିକ୍ ଟେମ୍ପଲ୍‌ବେଲ୍ ଏହାକୁ "ବିଜ୍ଞାନର ରାଣୀ ଏବଂ ଚାକର" ରୂପେ ଅଭିହିତ କରନ୍ତି । ପଦାର୍ଥବିଦ୍ୟାବିତ୍‌ମାନଙ୍କ ପାଇଁ ପରିମାପ ଏବଂ ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ଗାଣିତିକ କୌଶଳଗୁଡ଼ିକର ଉପଯୋଗିତା ଅପରିହାର୍ଯ୍ୟ । ରସାୟନବିଜ୍ଞାନୀମାନେ ଗୋଟିଏ ପଦାର୍ଥର ଅମ୍ଳତ୍ୱ ବା ପି.ଏଚ୍. ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟକରିବା ନିମନ୍ତେ ଲଗାରିଦମ୍‌ର ସହାୟତା ନେଇଥାନ୍ତି । ଜ୍ୟୋତିର୍ବିଜ୍ଞାନୀମାନେ ସୂର୍ଯ୍ୟ, ନକ୍ଷତ୍ର, ଚନ୍ଦ୍ର ତଥା ଗ୍ରହ ଗତି ଜାଣିବା ନିମନ୍ତେ କୋଣ ଏବଂ କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ପରିମାପ ଉପରେ ଗୁରୁତ୍ୱ ଆରୋପ କରିଥାନ୍ତି । ଜୀବ ବିଜ୍ଞାନରେ ତ୍ରିପ୍ରାସ୍ତିକ ବିଶ୍ଳେଷଣ ମାଧ୍ୟମରେ କେତେକ ପ୍ରାଣୀଙ୍କର ବୃଦ୍ଧି ଓ ବିକାଶର ଆକଳନ କରାଯାଏ ।

ପୂର୍ବରୁ ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ପ୍ରଣାଳୀରେ ଯେଉଁ ହିସାବକିତାବ ପାଇଁ ଅଧିକ ସମୟ ବ୍ୟୟ ହେଉଥିଲା ଏବେ ଦ୍ରୁତ ଗତି ସମ୍ପନ୍ନ ବୈଦ୍ୟୁତିକ କମ୍ପ୍ୟୁଟର୍ ସହାୟତାରେ ତାହା ଅଳ୍ପ କେତେ ସେକେଣ୍ଡରେ ସମ୍ପାଦିତ ହୋଇପାରୁଛି । ତେଣୁ ଉଦ୍ଭାବନ ମାଧ୍ୟମରେ ଯେଉଁ ବୈପ୍ଳବିକ ପରିବର୍ତ୍ତନ ଆସିଛି, ସେଥିରେ ଗଣିତର ଭୂମିକା ଅନସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ । ସମୟକ୍ରମେ ଜ୍ୟୋତିର୍ବିଜ୍ଞାନୀୟ ପରିମାପ ତଥା ସମୟ ଗଣନା ଅଧିକ ନିର୍ଭୁଲ ହୋଇଛି, ନୌଯାତ୍ରା ଆହୁରି ସହଜ ହୋଇଛି । କ୍ରିଷ୍ଟୋଫର୍ କଲମ୍ବସ୍‌ଙ୍କ ପରଠାରୁ ମଣିଷ ନୂତନ ଅଜଣା ଅଞ୍ଚଳମାନ ଆବିଷ୍କାର କରିବାରେ ନିଜର ପାରଦର୍ଶିତା ବଢ଼ାଇଚାଲିଛି । ଉନ୍ନତ ଜାହାଜ, ରେଳଇଞ୍ଜିନ୍, କାର୍, ଉଡାଜାହାଜ ଇତ୍ୟାଦିର ଗଠନ ତଥା ରାସ୍ତାର ବ୍ୟବସ୍ଥା ପ୍ରସ୍ତୁତି ଓ ଚନ୍ଦ୍ର ଏବଂ ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ଗ୍ରହକୁ ରକେଟ୍ କ୍ଷେପଣ କାର୍ଯ୍ୟରେ ଗଣିତର ବ୍ୟାପକ ବ୍ୟବହାର ହେଉଛି । ସଂକ୍ଷେପରେ ଏତିକି ହେଉଛି ଗଣିତର ବ୍ୟାବହାରିକତା ।

2

ସଂଖ୍ୟା

ସବୁସ୍ଥାନରେ ସଂଖ୍ୟା

ଆମର ଜୀବନ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ପରିଚାଳିତ । ସାଧାରଣ ମଣିଷ ଜୀବନର ନିମ୍ନଲିଖିତ ଅବସ୍ଥାଗୁଡ଼ିକୁ ବିଚାରକୁ ନିଆଯାଉ ।

- ସକାଳୁ ଜଣେ ଅଫିସ୍ କର୍ମଚାରୀଙ୍କୁ ଆଲାରାମ୍ ଘଣ୍ଟା ସୂଚାଇଦିଏ, *"6 ଟା ହେଲାଣି ଉଠିବାକୁ ହେବ ।"* ଦିନ ଆରମ୍ଭ ହୁଏ ।
- ବସ୍ ଭିତରେ କଣ୍ଡକ୍ଟର ଜଣେ ଯାତ୍ରୀଙ୍କୁ କହେ : *"ମୋତେ ଆଉ 40 ପଇସା ଦିଅନ୍ତୁ ।"*
  ଯାତ୍ରୀ : *"କାହିଁକି ? ମୁଁ ତୁମକୁ ଠିକ୍ ଭଡ଼ା ଦେଇଛି ।"*
  କଣ୍ଡକ୍ଟର : *"ଏବେ ଶତକଡ଼ା 25 ଭାଗ ଭଡ଼ା ବୃଦ୍ଧି ପାଇଛି ।"*
  ଯାତ୍ରୀ : *"ଓଃ !"*
- ସହରର କ୍ଷୀର ଦୋକାନରେ ଜଣେ ଗୃହିଣୀ କହେ, *"ମୋତେ ଗୋଟିଏ ଦୁଇ ଲିଟରବାଲା ପ୍ୟାକେଟ୍ ଦିଅ ।"*
  "ମୋ ପାଖରେ ଦୁଇ ଲିଟରର ପ୍ୟାକେଟ୍ ନାହିଁ ।"
  "ଠିକ୍ ଅଛି, ମୋତେ ଗୋଟିଏ ଏକଲିଟର ଏବଂ ଦୁଇଟି ଅଧଲିଟରର ପ୍ୟାକେଟ୍ ଦିଅ ।"
- ରେଷ୍ଟୋରାଁରେ ଜଣେ ଗରାଖ ବିଲ୍‌କୁ ଚାହିଁ କହେ *"ୱେଟର ଏଇ ବିଲ୍ ଠିକ୍‌ଭାବେ ମିଶା ଯାଇନାହିଁ । ଟ.9.50 ପରିବର୍ତ୍ତେ ଟ.8.50 ହେବ ।"*
  "କ୍ଷମାକରିବେ ମହାଶୟ !"

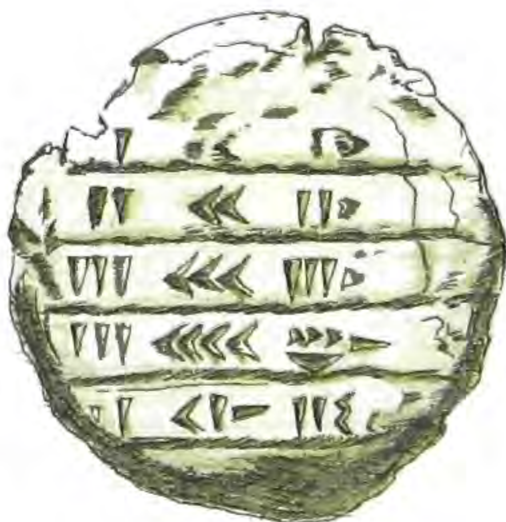
ଉପରୋକ୍ତ ଅଳ୍ପ କେତେକ ଦୃଷ୍ଟାନ୍ତରୁ ଅନୁମାନକରିହେବ ଆମର ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ସଂଖ୍ୟାର ଭୂମିକା କ'ଣ । ଜୀବନରେ ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ କ୍ଷେତ୍ରରେ ମଧ୍ୟ ସଂଖ୍ୟାର ଭୂମିକା ଅପରିହାର୍ଯ୍ୟ । 0.001 ସେକେଣ୍ଡ୍ ପାର୍ଥକ୍ୟରେ ଜଣେ ଦୌଡ଼ାଳୀ ଗୋଟିଏ ସ୍ୱର୍ଣ୍ଣପଦକ ଲାଭକରିପାରେ ବା ହରାଇପାରେ । ଚକ୍ରର ବ୍ୟାସରେ ଏକ ସେଣ୍ଟିମିଟରର ହଜାର ଭାଗରୁ ଭାଗେ ପାର୍ଥକ୍ୟ ଦେଖାଦେଲେ ମଧ୍ୟ ତାହା ଏକ ଘଣ୍ଟା ନିମନ୍ତେ ଅନୁପଯୋଗୀ ହୋଇପାରେ । ଗୋଟିଏ ଟେଲିଫୋନ୍ ସଂଖ୍ୟା, ପରିଚୟପତ୍ର ସଂଖ୍ୟା, ବ୍ୟାଙ୍କ୍ ଆକାଉଣ୍ଟ୍‌ରେ ଚିହ୍ନିତ ସଂଖ୍ୟା, ପରୀକ୍ଷାର କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା ମାଧ୍ୟମରେ

ଜଣେ ବ୍ୟକ୍ତିକୁ ଚିହ୍ନଟ କରିହୁଏ ।

ଏହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ କେତେ ପୁରୁଣା ? କିଏ ସେମାନଙ୍କୁ ଉଦ୍ଭାବନ କଲା ? ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ସୃଷ୍ଟି କେଉଁଠୁ ? ଏହି ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକ ସ୍ୱାଭାବିକଭାବରେ ଆମ ମନକୁ ଆସେ । ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକଭଳି ଉତ୍ତରଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟ ଉତ୍ସାହପ୍ରଦ । ଆସନ୍ତୁ ସଂଖ୍ୟା ସମ୍ପର୍କରେ କେତେକ ତଥ୍ୟ ଜାଣିବା ନିମନ୍ତେ ଚେଷ୍ଟାକରିବା ।

ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ସୃଷ୍ଟି

ମଣିଷ ସଭ୍ୟତା ଯେତିକି ପୁରୁଣା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ସୃଷ୍ଟି ସେତିକି ଦିନର । ଅକ୍ସଫୋର୍ଡ଼ର ଅସ୍‌ମୋଲିୟନ ସଂଗ୍ରହାଳୟରେ ଇଜିପ୍ଟର ଏକ ରାଜକୀୟ ଆବାସ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ତଥ୍ୟ ଲିପିବଦ୍ଧ ଅଛି ଯେଉଁଥିରେ 120 000 ବନ୍ଦୀ, 400 000 ବଳଦ ଏବଂ 1422 000 ଛେଳିଙ୍କର ଉପସ୍ଥିତି ବର୍ଣ୍ଣନା କରାଯାଇଛି । ଏହା ଖ୍ରୀ:ପୂ 3400 ର ତଥ୍ୟ । ତେଣୁ ଏଥିରୁ ସହଜରେ ଅନୁମେୟ ଯେ ସେ ସମୟରେ ବଡ଼ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖିବାର ଉପାୟ ଲୋକମାନଙ୍କୁ ଜଣାଥିଲା । ଅବଶ୍ୟ ସଂଖ୍ୟାର ବ୍ୟବହାର ଇଜିପ୍ଟ୍‌ବାସୀଙ୍କ ପୂର୍ବରୁ ମଧ୍ୟ ଲୋକମାନେ ଜାଣିଥିଲେ ।



ଚିତ୍ର.3

ଆଦିମ ମଣିଷର ଗଣନା ସହିତ ବିଶେଷ ସମ୍ପର୍କ ନରହିବା ସ୍ୱାଭାବିକ । କାରଣ ଗୁମ୍ଫା ଥିଲା ତାର ଘର ଏବଂ ଗଛର ଫଳ ମୂଳ ବା ଅସ୍ତ୍ର ସାହାଯ୍ୟରେ ଶିକାର ମାଧ୍ୟମରେ ସେ ତା'ର ଖାଦ୍ୟ ଯୋଗାଡ଼ କରୁଥିଲା । ତେବେ 10000 ବର୍ଷ ତଳେ ଯେତେବେଳେ ଆଦିମ ମଣିଷ ଗାଁ ଗଢ଼ି ବସତି ସ୍ଥାପନକଲା, କୃଷି ଆରମ୍ଭକରିବା ସହିତ ପଶୁପାଳନ କଲା । ଜୀବନ ବେଶି ଜଟିଳ ହୋଇପଡ଼ିଲା । ସେ ତା'ର ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନକୁ ଶୃଙ୍ଖଳିତକରିବା ଆବଶ୍ୟକ ମନେକଲା । ଗାଈଗୋରୁ ଗଣିବା, କୃଷି ଉତ୍ପାଦନ ତୁଳନାକରିବା, ଭୂମି ମାପକରିବା ତଥା ସମୟ ଜାଣିବା ନିମନ୍ତେ ସଂଖ୍ୟାର ଆବଶ୍ୟକତା ପଡ଼ିଲା । ପୃଥିବୀର ବିଭିନ୍ନକୋଣରେ ବେବିଲୋନିଆ, ଇଜିପ୍ଟ୍, ଭାରତ ତଥା ଚୀନ୍‌ରେ ନୂତନ ସଭ୍ୟତାମାନ ମୁଣ୍ଡଟେକିଲା । ଏହି ସଭ୍ୟତାଗୁଡ଼ିକ ସମ୍ଭବତଃ ଏକ ସମୟରେ ନିଜ ନିଜର ପ୍ରାଥମିକ ସଂଖ୍ୟାର ସୃଷ୍ଟିକଲେ । ବେବିଲୋନ୍‌ର ପ୍ରାଚୀନ ମାଟି ମୂର୍ତ୍ତିମାନଙ୍କରେ ସଂଖ୍ୟା ଖୋଦିତ ହୋଇଥିବାର ଦେଖାଯାଏ । ସେମାନେ କ୍ୟୁନିଫର୍ମ ବା କୀଳକ ଲିପି ଉଦ୍ଭାବନକଲେ ଯାହା ଓଦାମାଟି ଉପରେ ମୁନିଆଁ କାଠି ସାହାଯ୍ୟରେ ଖୋଦିତ ହେଉଥିଲା । ଏକ (▼) , ଦଶ (◄) ଓ ଶହେ (▼►) ପାଇଁ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ସବୁ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଉଥିଲା । ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖିବାପାଇଁ ବେବିଲୋନୀୟମାନେ ପ୍ରତୀକଗୁଡ଼ିକର ପୁନରାବୃତ୍ତି କରୁଥିଲେ । ଯଥା : 1000 ଲେଖିବାପାଇଁ ସେମାନେ ◄▼►

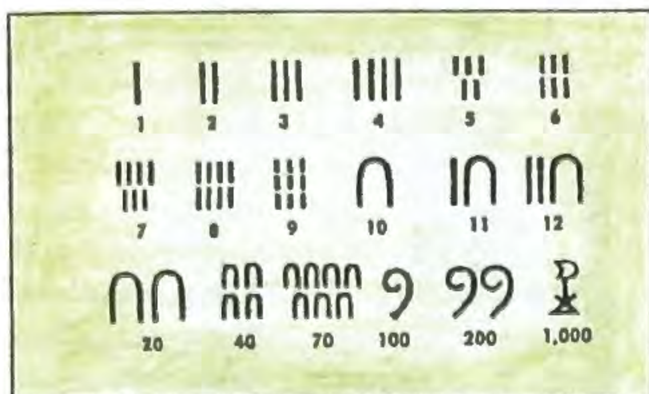
ଚିତ୍ର.4



ଚିତ୍ର-୨

ପ୍ରତୀକଟି ବ୍ୟବହାର କରୁଥିଲେ ଯାହା ମାଧ୍ୟମରେ ଏକଶହର ଦଶଗୁଣ ସୂଚିତ ହେଉଥିଲା । ବେବିଲୋନୀୟମାନେ ଖୁବ୍ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାର ମଧ୍ୟ ଗଣନା କରିପାରୁଥିଲେ । ସେମାନେ 1 ଠାରୁ 60 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ଗଣନା କରୁଥିଲେ, ଏତଦ୍‌ଭିନ୍ନ ଏବେ ଯେପରି 10 କୁ ଆଧାରକରି ସଂଖ୍ୟା ଗଣନା କରାଯାଉଛି । ସେମାନେ ସେହିପରି 60 କୁ ଆଧାରକରି ବଡ଼ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାମାନ ସୃଷ୍ଟି କରୁଥିଲେ । ପ୍ରାଚୀନ ଇଜିପ୍ଟର ଲୋକମାନେ ବୃହତ୍ତର ସଂଖ୍ୟାର ଗଣନା କରିପାରୁଥିଲେ ଏବଂ ବର୍ଷକରେ 365 ଦିନ ଅଛି ବୋଲି ଜାଣିପାରିଥିଲେ । ଓବେଲିସ୍କ ପ୍ରଭୃତି କୀର୍ତ୍ତିସ୍ତମ୍ଭ ଉପରେ ସେମାନେ ହେରୋଗ୍ଲିଫିକ୍ ଲିପିରେ ଲେଖୁଥିଲେ । (ଚିତ୍ର- ୨) । ତେବେ ଏହି ବ୍ୟବସ୍ଥାରେ ବୃହତ୍ତର ସଂଖ୍ୟା ଲିଖନ ଅସୁବିଧାଜନକ । (ଚିତ୍ର - ୬) ନିମ୍ନ ଚିତ୍ର ମାଧ୍ୟମରେ 527 ର ଲିଖନ ପ୍ରଣାଳୀ ଜଣାପଡ଼େ ।

ପ୍ରଥମେରେ ଏହି ଲୋକମାନେ କେତେକ ସାଧାରଣ ଗଣନସଂଖ୍ୟାର ବ୍ୟବହାର କରୁଥିଲେ । ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଅନେକ 20 ରୁ ଅଧିକ ଗଣିପାରୁ ନଥିଲେ । ପ୍ରାୟତଃ ଲୋକେ 10 ବା 5 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଗଣିପାରୁଥିଲେ । ଏପରିକି ଏବେ ମଧ୍ୟ କେତେକ ଗ୍ରାମବାସୀ କେବଳ 20 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଗଣିପାରନ୍ତି ଏବଂ କେତେକ ଆଦିମ ଅଧିବାସୀ ମାତ୍ର 4 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଗଣି ଜାଣନ୍ତି ।

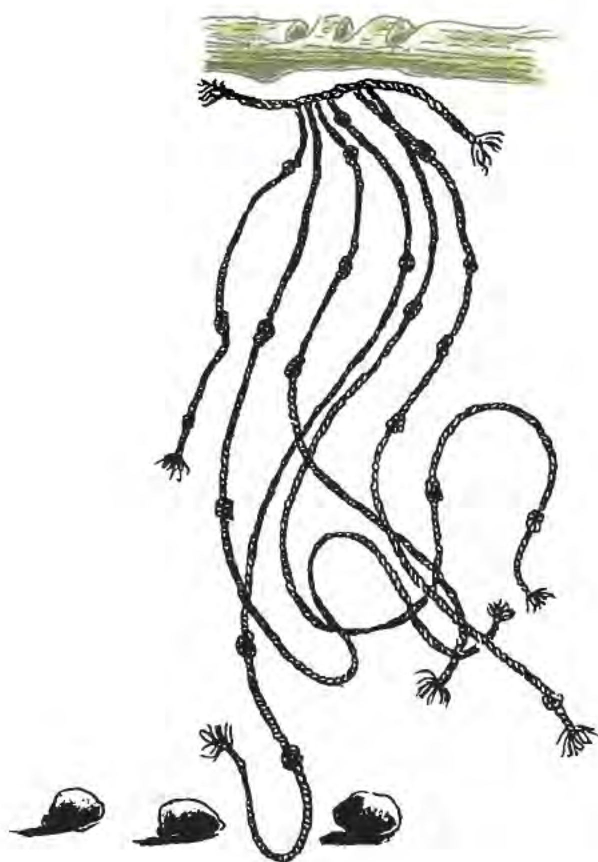


ଚିତ୍ର.6.a



ଚିତ୍ର.6.b

ପ୍ରଥମେ ଗୁହାଳରେ ଥିବା ଗୋରୁସଂଖ୍ୟା ଗଣିବାପାଇଁ ଛୋଟ ପଥରଖଣ୍ଡ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଉଥିଲା । ଗୋଟିଏ ପ୍ରାଣୀପାଇଁ ଗୋଟିଏ ପଥରତଳେ ରଖାଯାଉଥିଲା ବା ଦଉଡ଼ିରେ ଗୋଟିଏ ଗଣ୍ଠି ପକାଯାଉଥିଲା । (ଚିତ୍ର - 7) । ପରବର୍ତ୍ତୀ ସମୟରେ ମଣିଷ ତାର ଦଶ ଆଙ୍ଗୁଠିକୁ ଗଣନା ନିମନ୍ତେ ବ୍ୟବହାର କଲା । ପ୍ରଥମ ଦଶ ଆଙ୍ଗୁଠି ପାଇଁ ଗୋଟିଏ ପଥର ଏବଂ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଦଶଟି ପାଇଁ ଆଉ ଗୋଟିଏ ପଥର କ୍ରମରେ ଗଣନା ଚାଲିଲା । ଯେତେବେଳେ ଏହିପରି ଦଶଟି ପଥର (ଚିତ୍ର - ୪) ହେଲା ସଂଖ୍ୟା ଦଶ-ଦଶରେ ପହଞ୍ଚିଲା, ପୁଣି ଏହି ଦଶଖଣ୍ଡ ଛୋଟ ପଥରକୁ ଏକ ଅପେକ୍ଷାକୃତ ବଡ଼ପଥର ସାହାଯ୍ୟରେ ଚିହ୍ନିତ କରାଗଲା ଏବଂ ବଡ଼ ପଥରକୁ ଦଶ-ଦଶ ବା ଶହେରୂପେ ଚିହ୍ନିତ କରାଗଲା । ତିନୋଟି ବଡ଼ପଥର,

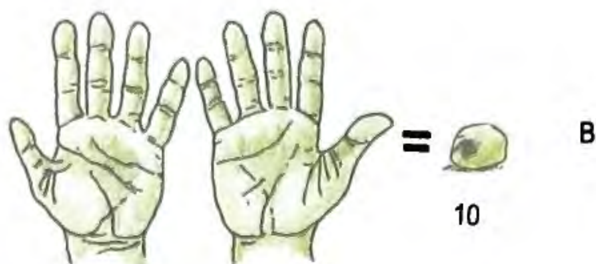


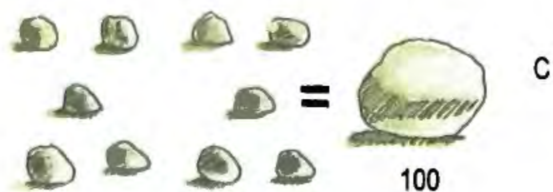
ଚିତ୍ର.7

ସାତଟି ସାନପଥର, ଆଠଟି ଆଙ୍ଗୁଠି ପାଇଁ ଆଠଟି କାଠି ଏକତ୍ର ହେଲେ ସଂଖ୍ୟାଟି ତିନିଶହ, ସାତଦଶ, ଆଠ ବା 378 (ଚିତ୍ର - ୭) କୁ ବୁଝାଏ । ସମସ୍ତ ଆଦିମ ମଣିଷ ଗଣନା ପାଇଁ ଯେ କେବଳ ଗୋଟିଏ ହାତର ଆଙ୍ଗୁଠି ବ୍ୟବହାର କରୁଥିଲେ ତା ନୁହେଁ, କେହି କେହି ମଧ ଦୁଇହାତ ଓ ଗୋଡ଼ର ଆଙ୍ଗୁଠିମାନ ବ୍ୟବହାର କରୁଥିଲେ ।

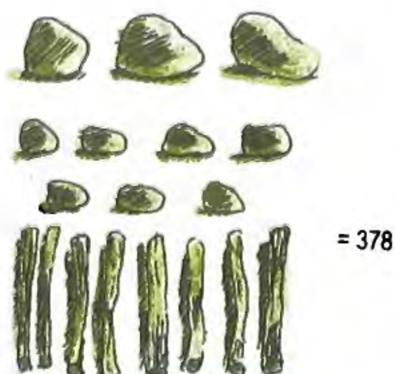
ଯେହେତୁ ଗୋଡ଼ି, ପଥର ଓ ବାଡ଼ି ପ୍ରଭୃତି ବ୍ୟବହାର କରିବାକୁ ଅସୁବିଧା ଲାଗୁଥିଲା ସେହେତୁ ଲିଖନ ଶିକ୍ଷାକରିବା ସଙ୍ଗେସଙ୍ଗେ ସଂଖ୍ୟାକୁ ପ୍ରତୀକ ମାଧ୍ୟମରେ ସୂଚିତ କରିବାପାଇଁ ପ୍ରଯତ୍ନ କରାଗଲା ।







ଚିତ୍ର.୪



ଚିତ୍ର.୨

ସଂଖ୍ୟା ଲିଖନ

ଭାରତ ଏବଂ ଚୀନ ପ୍ରଭୃତି ପ୍ରାଚୀନ ସଭ୍ୟତାମାନଙ୍କରେ ଲୋକମାନେ ସଂଖ୍ୟା ସୂଚାଇବାପାଇଁ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ବ୍ୟବସ୍ଥାମାନ କରିଥିଲେ । ଭାରତୀୟ ତଥା ଇଜିପ୍ଟବାସୀମାନେ 10 କୁ ଆଧାରକରି ଗଣନା କାର୍ଯ୍ୟ ସମ୍ପାଦନ କରୁଥିଲେ । ସେମାନେ ପ୍ରଥମେ 1 ଠାରୁ 10 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଗଣନା କରୁଥିଲେ ଏବଂ ପରେ 10 କୁ ଏକକରୂପେ ଗ୍ରହଣକରି ଗୁଣନ ଚାଲୁ ରଖୁଥିଲେ । ଦକ୍ଷିଣ ଆମେରିକାର ମୟ ସଭ୍ୟତାର ଲୋକେ 20 କୁ ଆଧାରରୂପେ ଗ୍ରହଣ କଲାବେଳେ ପ୍ରାଚୀନ ସିରିଆର ଲୋକେ 2 କୁ ଆଧାରରୂପେ ଗ୍ରହଣ କରିଥିଲେ ।



ଚିତ୍ର.10

ଗ୍ରୀକ୍ ଏବଂ ରୋମୀୟମାନେ (ଚିତ୍ର - 10) ସଂଖ୍ୟାପାଇଁ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ପ୍ରତୀକ ବ୍ୟବହାର କରିବା ପରିବର୍ତ୍ତେ ତାଙ୍କର ବର୍ଣ୍ଣମାଳାର ଅକ୍ଷରର ସହାୟତା ନେଉଥିଲେ । ଅଧିକାଂଶ ଲିଖନରେ

Α	Β	Γ	Δ	Ε	Ϝ*	Ζ	Η	Θ	Ι	Κ	Λ	Μ	Ν
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	30	40	50
Ξ	Ο	Π	Ϙ*	Ρ	Σ	Τ	Υ	Φ	Χ	Ψ	Ω	Ϡ*	
60	70	80	90	100	200	300	400	500	600	700	800	900	

ଚିତ୍ର.11

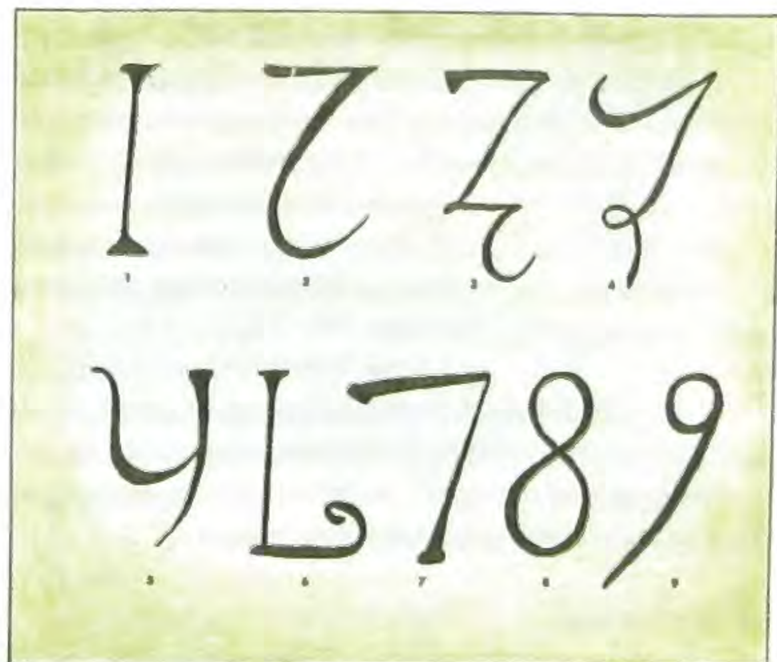
ଗ୍ରୀକ୍‌ମାନେ ତାଙ୍କ ବର୍ଣ୍ଣମାଳାର ସମସ୍ତ ଅକ୍ଷର ବ୍ୟବହାରକରିବା ସହିତ ଆଉ ତିନୋଟି ଅତିରିକ୍ତ ପ୍ରତୀକ ବ୍ୟବହାର କରୁଥିଲେ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅକ୍ଷରର ଏକ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ମୂଲ୍ୟ ଥିଲା ଯଥା : ପ୍ରଥମ ନ'ଟି ପ୍ରତୀକ 1 ଠାରୁ 9 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସୂଚାଉଥିଲା । ସେହିପରି 10 ଠାରୁ 90 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ମଧ୍ୟ ଲେଖାଯାଇ ପାରୁଥିଲା । ଶୂନ୍ୟ ପାଇଁ ସେମାନେ କୌଣସି ପ୍ରତୀକ ବ୍ୟବହାର କରୁନଥିଲେ (ଚିତ୍ର-11) । ରୋମୀୟ ଅକ୍ଷର ଆଇ (ଏକ), ଭି (ପାଞ୍ଚ), ସି (100) ଏମ୍ (1000) ଗୁଡ଼ିକ ଖୁବ୍ ଜଣାଶୁଣା ଏବଂ ଏବେ ମଧ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା ସୂଚାଇବା ନିମନ୍ତେ ଏଗୁଡ଼ିକ ବ୍ୟବହୃତ ହୁଅନ୍ତି । ତେବେ ଏହିପ୍ରକାରର ଅସୁବିଧାଜନକ ଅଭ୍ୟାସ ହେତୁ ରୋମବାସୀମାନେ ବୃହତ୍ତର ସଂଖ୍ୟା ଲିଖନ ବା ହିସାବ ପତ୍ରରେ ସମସ୍ୟାର ସମ୍ମୁଖୀନ ହେଉଥିଲେ ।

I II III IV V VI VII VIII IX

X XX L C D M CMC

ଚିତ୍ର.12

ହିନ୍ଦୁମାନେ ହିଁ ସଂଖ୍ୟା ଲିଖନର ଏକ ଉପଯୋଗୀ ଓ ଯଥାଯଥ ବ୍ୟବସ୍ଥା ଉପସ୍ଥାପନ କଲେ । ଏହି ବ୍ୟବସ୍ଥା ବିଶ୍ୱବାସୀଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ବ୍ୟବହୃତ ହୋଇଆସୁଅଛି । ଖ୍ରୀ:ପୂ 100 ରୁ 200 ଖ୍ରୀଷ୍ଟାବ୍ଦ ମଧ୍ୟରେ ହିନ୍ଦୁମାନେ 1 ରୁ 10 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟାପାଇଁ ପ୍ରତୀକ ବାହାରକଲେ । ପରେ ଏହା ଆରବୀୟମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ମଧ୍ୟ ଅନୁସୃତ ହେଲା । ଅଷ୍ଟାଦଶ ଶତାବ୍ଦୀରେ ଆରବ ସ୍ପେନ୍‌ର ଏକ ବିଶାଳ ଅଞ୍ଚଳ ଦଖଲକଲା ଏବଂ ସେଠାରେ ହିନ୍ଦୁ-ଆରବୀୟ ସଂଖ୍ୟା ଲିଖନ ପଦ୍ଧତି ପ୍ରବର୍ତ୍ତନ କଲା (ଚିତ୍ର - 13) । ଧୀରେ ଧୀରେ ଏହି ବ୍ୟବସ୍ଥା ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ୟୁରୋପୀୟ ଦେଶମାନଙ୍କରେ ମଧ୍ୟ ଆଦୃତ ହେଲା । ପଞ୍ଚଦଶ ଶତାବ୍ଦୀବେଳକୁ ଏହି ଗଣନା ବ୍ୟବସ୍ଥାର ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ଏକ ସର୍ବଜନଗ୍ରାହ୍ୟ ରୂପ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0 ରେ ପହଞ୍ଚି ସାରିଥାନ୍ତି । ପ୍ରାରମ୍ଭ 20, 30, 40 ରୁ ଇତ୍ୟାଦି ସଂଖ୍ୟାପାଇଁ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ପ୍ରତୀକ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଉଥିଲା । ତେବେ ପରବର୍ତ୍ତୀକାଳରେ ଦୁଇଟି ବୈପ୍ଳବିକ ଚିନ୍ତା ଗଣିତର ରୂପ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ପରିବର୍ତ୍ତନ କରିଦେଲା । ଗୋଟିଏ ହେଲା 10, 100 (10 ର 10 ଶ୍ରେଣୀ) 1000 (100 ର 10 ଶ୍ରେଣୀ) ପ୍ରକୃତିର ସଂଖ୍ୟା ଶ୍ରେଣୀ ବ୍ୟବହାର କରିବା ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶ୍ରେଣୀକୁ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ରଭାବେ ଉପସ୍ଥାପିତ କରିବା । 1 ଠାରୁ 9 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱାରା 10, 100 ବା 1000 କେତୋଟି ଶ୍ରେଣୀ ଅଛି ତାହା ଜାଣିବା । ଏହାଦ୍ୱାରା 20, 30 ଇତ୍ୟାଦି ପାଇଁ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ପ୍ରତୀକ ବ୍ୟବସ୍ଥା ଆବଶ୍ୟକ ପଡ଼ିଲାନାହିଁ । ଏହାକୁ ସ୍ଥାନୀୟମାନ ପଦ୍ଧତି କୁହାଗଲା । ଏଥିସହିତ ସ୍ଥାନୀୟମାନର ଶୂନ୍ୟ ସ୍ଥାନରେ ଶୂନ୍‌ର ବ୍ୟବହାର କିପରି କରାଯିବ ତାହା ଏକ ଜଟିଳ ପ୍ରଶ୍ନ



ଚିତ୍ର.13

ହୋଇଉଠିଲା । 1 ଠାରୁ 9 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ ଏକକ, 10 ଶ୍ରେଣୀକୁ ଦଶକ, 100 ର ଶ୍ରେଣୀକୁ ଶତକ ବୋଲି ଅଭିହିତ କରାଗଲା । ଯଦି ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା 2 ଟି 10 ଶ୍ରେଣୀ ଧାରଣକରେ ଏବଂ ତାର ଏକକ ଘରେ କିଛି ନଥାଏ ତେବେ ତାହାର ରୂପ ହେଲା 20 । ସେହିପରି 307 ହେଉଛି 3 ଶତ, ଶୂନ ଦଶ, 7 ଏକ । ଦଶକ ଘର ଶତକ ଘରର ଏକ ଘର ଡାହାଣକୁ ଏବଂ ଏକକ ଘର ଦଶକର ଏକ ଘର ଡାହାଣକୁ ରହିଥାଏ । ତେଣୁ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାର ଅଙ୍କମାନଙ୍କର ସ୍ଥାନ ନିମ୍ନମତେ ଥାଏ ।

ସହସ୍ର	ଶତ	ଦଶ	ଏକ
1,000	100	10	1

ଏକକ, ଦଶକ ବା ଶତକର ସଂଖ୍ୟା 1 ଠାରୁ 9 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ହୋଇଥାଏ । ତେଣୁ 85, 406 ସଂଖ୍ୟାଟିକୁ ନିମ୍ନମତେ ଲେଖାଯିବ ।

10,000	1000	100	10	1
8	5	4	0	6

85406 ର ଗାଣିତିକ ବିଶ୍ଳେଷଣ ହେଲା (8 x 10000) + (5 x 1000) + (4 x 100) + (6 x 1), ଅର୍ଥାତ୍ 8 ର ସ୍ଥାନୀୟମାନ 80000 । 5 ର ସ୍ଥାନୀୟମାନ 5000 ଏବଂ ଅନ୍ୟମାନଙ୍କର ସେହିପରି ।

ହିନ୍ଦୁମାନଙ୍କର ବ୍ୟବସ୍ଥା ଏତେ ବୈପ୍ଳବିକ ଥିଲା ଯେ ସାରା ବିଶ୍ୱରେ ଏହା ଆଦୃତ ହେଲା ଏବଂ ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ବ୍ୟବସ୍ଥାଗୁଡ଼ିକ ବନ୍ଦ ହୋଇଗଲା । ଏହା ସଂଖ୍ୟା ଲିଖନର ସମସ୍ତ ପ୍ରତିବନ୍ଧକ ଦୂର କରିନେଲା ଏବଂ ଜଣେ ନିଜର ଇଚ୍ଛାମୁତାବକ ଯେତେ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ଚାହିଁଲେ ଲେଖିପାରିଲା । ବର୍ତ୍ତମାନ ହିସାବପତ୍ର ମାଲୀ ପ୍ରଭୃତି ଯାନ୍ତ୍ରିକ ବ୍ୟବସ୍ଥା ବଦଳରେ ସିଧାସଳଖ କଲମ କାଗଜରେ ସମ୍ଭବ ହୋଇପାରିଲା । ଆଧୁନିକ ଘାତାଙ୍କ ନିୟମ ଅନୁଯାୟୀ 10, 100 ପ୍ରଭୃତି ସଂଖ୍ୟା ଶ୍ରେଣୀ 10 ର ଘାତାଙ୍କ ରୂପେ ସୂଚୀତ ହୋଇପାରିଲା । ତେଣୁ 10 ଏହି ବ୍ୟବସ୍ଥାର ଭିତ୍ତି ହେଲା ଏବଂ ଏହାକୁ ଦଶମିକ ବ୍ୟବସ୍ଥା କୁହାଗଲା । ସ୍ଥାନୀୟମାନଗୁଡ଼ିକ ନିମ୍ନମତେ ଲେଖାଗଲା ।

10^7 10^6 10^5 10^4 10^3 10^2 10^1 10^0

ଏହି ଉପାୟରେ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯେତେ ସ୍ଥାନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସମ୍ଭବ ବିସ୍ତୃତ କରାଯାଇପାରିଲା । ଅନ୍ତତଃ ପକ୍ଷେ ହିନ୍ଦୁମାନେ ଏହାକୁ 18 ସ୍ଥାନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ବିସ୍ତୃତକରି ଲେଖିପାରିଲେ । 1,000, 000, 000, 000, 000, 00 ସଂଖ୍ୟାଟିକୁ ଏକ ପରାର୍ଦ୍ଧ ବୋଲି କୁହାଗଲା । ଆଧୁନିକ ସଂଖ୍ୟା ଗଣନା ଅନୁସାରେ ଏହାକୁ ଏକ ନିୟୁତର ଏକ ନିୟୁତଗୁଣର ଏକ ନିୟୁତଗୁଣ ବୋଲି ଅଭିହିତ କରାଯାଇପାରିବ ।

ଦଶ ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ଆଧାର

ଦଶମିକ ବ୍ୟବସ୍ଥାର ଘାତାଙ୍କ ବିଶ୍ଳେଷଣ ଅତି ସହଜ । ସ୍ଥାନୀୟମାନ ଓ ଶୂନ୍ୟକୁ ଭିତ୍ତିକରି ଦଶ ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଆଧାରକରି ଯେକୌଣସି ସଂଖ୍ୟା ଲେଖାଯାଇପାରିବେ । 5 କୁ ଆଧାରକରି ଏକ ବ୍ୟବସ୍ଥା ବିଚାରକୁ ନିଆଯାଉ । ବର୍ତ୍ତମାନ ସ୍ଥାନଗୁଡ଼ିକୁ 5 ର ଘାତ ରୂପେ ଲେଖାଯିବ । ଯଥା :-

5^6 5^5 5^4 5^3 5^2 5^1 5^0

ଏହି ବ୍ୟବସ୍ଥାରେ 1,2,3,4,0 ପ୍ରଭୃତି ଅଙ୍କ ବ୍ୟବହୃତ ହୋଇପାରିବ । 1 ଠାରୁ 4 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ଏକକ ଘରେ, 5 ଶ୍ରେଣୀର ସଂଖ୍ୟା ପରବର୍ତ୍ତୀ ଘରେ । 5 ର ପଞ୍ଚମ ଶ୍ରେଣୀ 5^2 ଆକାରରେ ତାର ପରବର୍ତ୍ତୀ ସ୍ଥାନରେ ଲେଖାଯିବ । 4203 ସଂଖ୍ୟାଟିକୁ 5^3 ର ଚାରିଶ୍ରେଣୀ, 5^2 ର ଦୁଇଶ୍ରେଣୀ, 5 ର 0 ଶ୍ରେଣୀ ଓ 3 ର ଏକ ଶ୍ରେଣୀ ରୂପେ ବା

5^3	5^2	5^1	5^0
4	2	0	3 ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରାଯିବ ।

ସ୍ୱାଭାବିକ ଦଶମିକ ବ୍ୟବସ୍ଥାର ଏହା ହେଉଛି (4 x 125) + (2 x 25) + (0 x 5) + 3 = 553 । ଯଦି ଆମେ 2 କୁ ଆଧାରରୂପେ ଗ୍ରହଣକରୁ ତେବେ ଏଥିରେ 1 ଓ 0 ଅଙ୍କଦ୍ୱୟ ରହିବେ । ସ୍ଥାନୀୟମାନ ସବୁ 2 ର

ଘାତାଙ୍କ ରୂପେ ପ୍ରକାଶିତ ହେବେ । 553 ସଂଖ୍ୟାଟିକୁ ନିମ୍ନମତେ ଲେଖାଯିବ ।

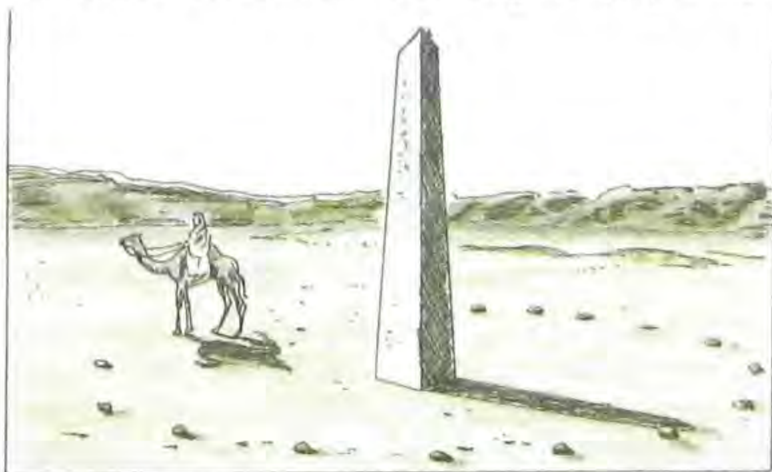
2^9	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3		2^2	2^1	2^0
1	0	0	0	1	0	1	0		0	1

ଏହି ବ୍ୟବସ୍ଥାରେ ପୂର୍ବୋକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାର ବିଶ୍ଳେଷଣ ହେଉଛି (1 x 512) + (0 x 256) + (0 x 128) + (0 x 64) + (1 x 32) + (0 x 16) + (1 x 8) + (0 x 4) + (0 x 2) + 1 । ଏଥିରୁ ସହଜରେ ଜଣାପଡ଼େ ଏ ବ୍ୟବସ୍ଥାଟି କେତେ ସରଳ । 2 ର ଆଧାର ସମ୍ପର୍କରେ ପରବର୍ତ୍ତୀ ସମୟରେ ବିସ୍ତାରିତ ଆଲୋଚନା କରାଯିବ ।

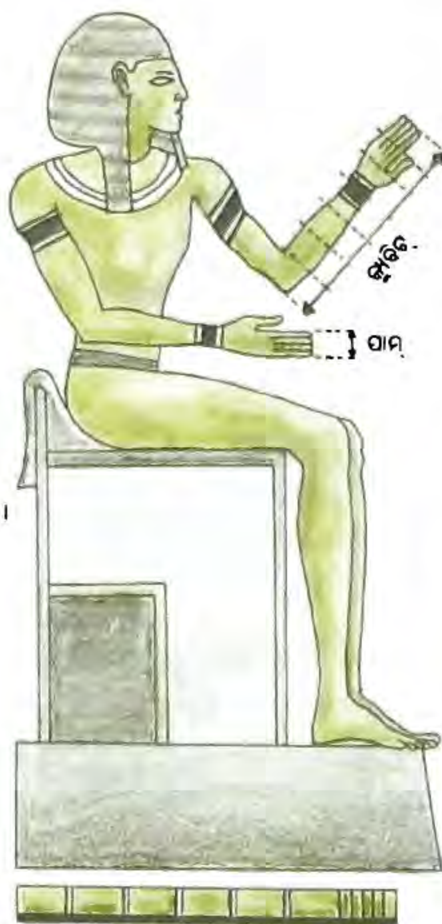
ଗଣିତର ଇତିହାସରେ ଶୂନର ଆବିଷ୍କାର ଏକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଘଟଣାରୂପେ ବିବେଚିତ ହୋଇଥାଏ । ଏହାକୁ ହିନ୍ଦୁମାନଙ୍କର ଗଣିତ ପ୍ରତି 'ଶୂନ୍ୟ' ଅବଦାନ ବୋଲି ପରିହାସଚ୍ଛଳରେ କୁହାଯାଏ । ଗଣିତର ଇତିହାସ ଜଣେ ଆମେରିକୀୟ ଲେଖକ ମତ ଦିଅନ୍ତି "ହିନ୍ଦୁମାନଙ୍କର ଶୂନର ଆବିଷ୍କାରଠାରୁ ଗଣିତର ଇତିହାସରେ ଆଉ କୌଣସି ବୈପ୍ଳବିକ ଅବଦାନ ନାହିଁ । ମହାନ୍ ଗଣିତଜ୍ଞ ଲାପ୍ଲାସ୍‌ଙ୍କ ମତରେ ଭାରତ ହିଁ ଆମକୁ ଯେ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାକୁ 10 ଆଧାରରେ ବିଶ୍ଳେଷଣ କରିବାର ଉପାୟ ଶିକ୍ଷାଦେଲା । ଏଠାରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରତୀକ ସ୍ଥାନୀୟମାନ ଏବଂ ପରମମାନ ଅକ୍ଷୁର୍ଣ୍ଣ ରହିଲା । ଏହା ଏବେ ଖୁବ୍ ସରଳ ମନେହେଉଥିଲେ ମଧ୍ୟ ଏକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ କଥା । ଏହି ସଫଳତାକୁ ଆମେ ସମ୍ମାନ ଜଣାଇବା ଉଚିତ୍ । କାରଣ ଦୁଇ ବିଖ୍ୟାତ ପ୍ରାଚୀନ ଗଣିତଜ୍ଞ ଆର୍କିମେଡ଼ିସ୍ ଓ ଆପୋଲୋନିୟସ୍ ମଧ୍ୟ ଏହା ସମ୍ପର୍କରେ ଧାରଣା କରିପାରି ନଥିଲେ ।

ପ୍ରକ୍ରିୟାବଳୀ

ଗଣିତ ଯେ କେବଳ ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ବ୍ୟବହାର୍ଯ୍ୟ ତାହା ନୁହେଁ ବରଂ ସେଥିରୁ ହିଁ ତା'ର ସୃଷ୍ଟି ।



ଚିତ୍ର.14



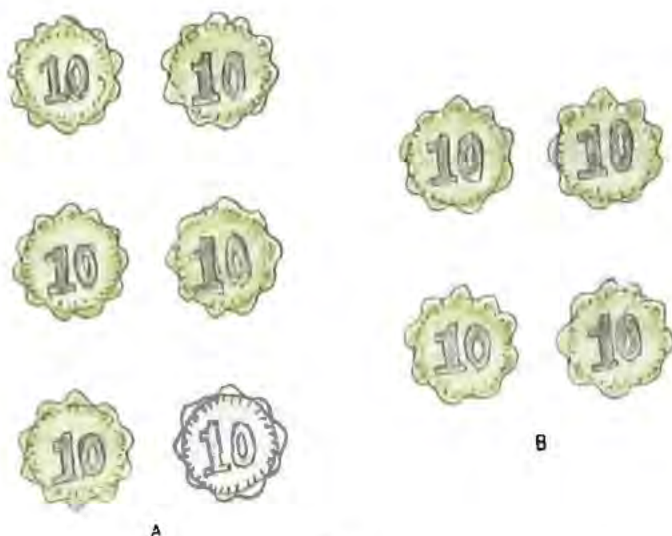
ଚିତ୍ର.15

ଗଣିତ ହେଉଛି ମଣିଷର ସୃଷ୍ଟି ଏବଂ ତା'ର ସାମାଜିକ ଓ ବ୍ୟକ୍ତିଗତ ଆବଶ୍ୟକତାକୁ ଶୃଙ୍ଖଳିତ କରିବାପାଇଁ ସେ ଏହାର ଉଦ୍ଭାବନ କରିଥିଲା । ଏପରିକି ଆଦିମ ମଣିଷର ଜୀବନ ମଧ୍ୟ ଅନେକ ପ୍ରକାରର କ୍ରିୟାଶୀଳତାରେ ପୂର୍ଣ୍ଣ ଥିଲା । ସେ ତା'ର ଗୁହାଳରେ ଗୋରୁ ଏବଂ ଗାଁର ମଣିଷମାନଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ହିସାବ କରୁଥିଲା । ଘର ତୋଳିବା, ଧାର୍ମିକ ଅନୁଷ୍ଠାନ ନିମନ୍ତେ ମଣ୍ଡପ ଗଢ଼ିବା, କ୍ଷେତ ପ୍ରସ୍ତୁତକରିବା ନିମନ୍ତେ ତାକୁ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ମାପିବାକୁ ହେଉଥିଲା । ସେହିପରି କୃଷି ଉତ୍ପାଦନର ପରିମାପକରିବା, ବିଭିନ୍ନ ବସ୍ତୁର ଓଜନ ତଥା ସମୟ ଜାଣିବା ନିମନ୍ତେ ଏକ ପ୍ରକାର ମୌଖିକ ପରିମାପ ବ୍ୟବସ୍ଥା ଥିଲା । କାଳକ୍ରମେ ମଣିଷକୁ ଏଥିପାଇଁ ବିଭିନ୍ନ ପରିମାପ ବ୍ୟବସ୍ଥା ପ୍ରବର୍ତ୍ତନ କରିବାକୁ ପଡ଼ିଲା । ପ୍ରାଚୀନ ଇଜିପ୍ଟବାସୀଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ବ୍ୟବହୃତ ଓବେଲିସ୍କକୁ ଛାୟାଘଡ଼ି ବୋଲି କୁହାଯାଉଥିଲା । ଏହା ମାଧ୍ୟମରେ ସୂର୍ଯ୍ୟଙ୍କର ଛାୟା ଦୃଶ୍ୟ ହେଉଥିଲା । ଉଦିତ ଏବଂ ଅସ୍ତଗାମୀ ସୂର୍ଯ୍ୟଙ୍କ ଛାୟା ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସ୍ଥାନକୁ ଘଣ୍ଟାରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯାଇଥିଲା (ଚିତ୍ର-14) । ସେତେବେଳେ ଗୋଟିଏ ପରିମାପ ବ୍ୟବସ୍ଥାକୁ ଆଉ ଗୋଟିଏ ବ୍ୟବସ୍ଥାରେ ପରିଣତକରିବା ମଧ୍ୟ ଲୋକମାନଙ୍କୁ ଜଣାଥିଲା । ଇଜିପ୍ଟର ପୂଜକମାନେ ଧାତୁଦଣ୍ଡମାନ ବ୍ୟବହାର କରୁଥିଲେ ଓ ସେଥିରେ ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକ ସୂଚିତ ହୋଇଥିଲା (ଚିତ୍ର-15) । ଏହିସବୁ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ କେବଳ ସଂଖ୍ୟା ନଥିଲା ବରଂ ସଂଖ୍ୟାକୁ ନେଇ ଅନେକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ମଧ୍ୟ ଥିଲା ।

ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ସୃଷ୍ଟି ଏବଂ ତତ୍ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକ୍ରିୟାମୂଳରେ ଏକ ସରଳ ତଥା ମୌଳିକ ବିଧି ଅଛି । ଏହା ମାଧ୍ୟମରେ ଦୁଇଟି ଶ୍ରେଣୀରେ ଗୋଟିକ ସହିତ ଆଉ ଗୋଟିଏ ବସ୍ତୁର ସଂଯୋଜନ ହୁଏ । ସବୁଠୁ ସହଜ ଲଭ୍ୟ ସହାୟକ ଶ୍ରେଣୀ ହେଉଛି ହାତର ଦଶ ଆଙ୍ଗୁଠି । ଗୋଟିଏ ବସ୍ତୁକୁ ଗୋଟିଏ ଆଙ୍ଗୁଠି ଦୁଇଟି ବସ୍ତୁକୁ ଦୁଇଟି ଆଙ୍ଗୁଠି ଓ ସେହି କ୍ରମରେ ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ତୁଳନା କରାଯାଇଥାଏ । ତେଣୁ ଏହି ରୂପେ 1 ଠାରୁ 10 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବହାରରେ ଆସିଥାଏ । ଗୋଟିଏ ବସ୍ତୁ ସମୁଚ୍ଚୟକୁ ଆଉ ଗୋଟିଏ ବସ୍ତୁ ସମୁଚ୍ଚୟ ସହ ସଂଯୋଜିତକରି ତା'ର ଆକାର ତୁଳନା କରାଯାଇଥାଏ । ଯଦି ଗୋଟିଏ ଶ୍ରେଣୀର କୌଣସି ବସ୍ତୁ ଅସଂଯୋଜିତ ରହେ ତେବେ ଏଥିରେ କିଛି ଅଧିକ ଉପାଦାନ ଅଛି ବୋଲି ଜଣାଯାଏ । ଯଦି ବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକର ସଂଯୋଜନ ଠିକ୍‌ରୂପେ ସମ୍ଭବହୁଏ ତେବେ ବସ୍ତୁ ଶ୍ରେଣୀଗୁଡ଼ିକ ସମାନ ହୁଅନ୍ତି । ଏହି ଭାବରେ ଗୋଟିକୁ ଆଉ ଗୋଟିଏ ସହ ତୁଳନାକରିବା କଥା ଆମ ମନକୁ ଆସେ । ଗୋଟିଏ ସହିତ ଗୋଟିଏକୁ ତୁଳନା କରିବାର ଅନୁଚିନ୍ତାକୁ ଏକ : ଏକ ଯୋଗାଯୋଗ ବିଧି କୁହାଯାଏ । ଏହା ସମସ୍ତ ଗାଣିତିକ ବିକାଶର ମୂଳ । ବସ୍ତୁତଃ ଏକ : ଏକ ଯୋଗାଯୋଗ ବିଧି ମାଧ୍ୟମରେ ବସ୍ତୁ ଏବଂ ସଂଖ୍ୟାର ଏକ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଯୋଡ଼ି ମିଳିବା ସମ୍ଭବ ହୋଇପାରୁଛି ।

ଏହା ମାଧ୍ୟମରେ ବସ୍ତୁର ଏକ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ପରିଚୟ ସୃଷ୍ଟି ହୋଇଛି । ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ ଗୋଟିଏ ଡାକଘର ଏବଂ ତା'ର ପିନ୍‌କୋର୍ଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ଏକ ସ୍ୱାତନ୍ତ୍ର୍ୟ ଉପସ୍ଥାପନ କରେ । ଡାକଘରର ନାମ ଲେଖି କେବଳ ପିନ୍‌କୋର୍ଡ଼ ଲେଖିବା ଦ୍ୱାରା ମଧ୍ୟ ସେ ସ୍ଥାନରେ ଚିଠି ପହଞ୍ଚିଯାଇ ପାରିବ । ପରୀକ୍ଷାରେ କ୍ରମିକସଂଖ୍ୟା ଜଣେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର କୋର୍ଡ଼କୁ ସୂଚିତ କରେ । ଫଳରେ ଫଳାଫଳ ଘୋଷଣା କଲାବେଳେ କେବଳ କ୍ରମ ସଂଖ୍ୟାକୁ ହିଁ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇଥାଏ । ଏହିପରି ଟେଲିଫୋନ୍ ନମ୍ବର ବା ପଡ଼ିକାର୍ଡ଼ର ସଂଖ୍ୟା ଜଣେ ବ୍ୟକ୍ତିକୁ ଚିହ୍ନିତ କରିଥାଏ । ଆଧୁନିକ କମ୍ପ୍ୟୁଟର ବ୍ୟବସ୍ଥାର କାର୍ଯ୍ୟକାରିତା ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣରୂପେ କୋର୍ଡ ବ୍ୟବସ୍ଥା ପରେ ସନ୍ନିବେଶିତ । ପ୍ରାଥମିକ ଅବସ୍ଥାରେ ସଂଖ୍ୟାର ବିକାଶ ମୁଖ୍ୟତଃ କାଠି ବା ଛୋଟ ପଥରଖଣ୍ଡ ସହିତ ବସ୍ତୁର ତୁଳନାକୁ ଭିତ୍ତିକରି ସମ୍ଭବ ହୋଇଥିଲା । ଯୋଗ ଭଳି ସବୁଠୁ ସରଳ ଓ ମୌଳିକତମ ପ୍ରକ୍ରିୟା ବସ୍ତୁର ଦୁଇଟି ସମୁଚ୍ଚୟ ଭିତ୍ତିକ ସଂଯୋଜନ ଉପରେ ଆଧାରିତ ।

ମନେକର ଗୋଟିଏ ସମୁଚ୍ଚୟରେ ତିନୋଟି ମୁଦ୍ରା ଏବଂ ଅନ୍ୟଗୋଟିକରେ ଦୁଇଟି ମୁଦ୍ରା ଅଛି (ଚିତ୍ର-16) । ସମୁଚ୍ଚୟ A ସମୁଚ୍ଚୟ B ଠାରୁ ବଡ଼ କାରଣ ଏଥିରେ ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରା ଅସଂଯୋଜିତ ଅଛି । ତେଣୁ 3, 2 ଠାରୁ ବଡ଼ । ଯଦି ସମୁଚ୍ଚୟ B ରେ ଆଉ ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରା ରଖାଯାଏ ତେବେ ସଂଯୋଜନ ଠିକ୍ ହେବ । ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟ ସମାନ ହେବେ । ତେଣୁ ଏଥିରୁ $2 + 1 = 3$ ସମ୍ବନ୍ଧଟି ମିଳିଲା । ଆପାତତଃ ଏହା ହେଉଛି ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରକ୍ରିୟାର ଅୟମାରମ୍ଭ ବା ଯୋଗପ୍ରକ୍ରିୟା । ତେଣୁ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ଏକ ବୃହତ୍ତର ସଂଖ୍ୟା



ଚିତ୍ର.୧୬

ହୁଏ ଯାହା ସେ ଦୁହିଁଙ୍କ ଠାରୁ ବଡ଼ । ଏକଥା ସ୍ପଷ୍ଟହେଲା ଯେ ଯେ 2 + 1 ଯେ କୌଣସି ବସ୍ତୁ ପାଇଁ 3 । ତେଣୁ ଯୋଗପ୍ରକ୍ରିୟାରୁ ସବୁବେଳେ ଏକ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ସଂଖ୍ୟା ମିଳେ । ଏଠାରେ 2 + 1 ଓ 3 ମଧ୍ୟରେ ବି ଏକ – ଏକ ଯୋଗାଯୋଗ ବିଧି ପାଳିତ ହେଉଥିବାର ଲକ୍ଷ୍ୟ କରାଯାଏ । ତେଣୁ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ 1,2, 3, 4...........ଇତ୍ୟାଦି ସଂଖ୍ୟାକୁ ନେଇ କାର୍ଯ୍ୟ ସମ୍ପାଦିତ ହୁଏ । ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ ତିନୋଟି ବିନ୍ଦୁ ସଂଖ୍ୟା ଶ୍ରେଣୀର ଅସୀମତାକୁ ସୂଚାଏ । ଏହି ସମୁଚ୍ଚୟର ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ମଧ୍ୟ ସମୁଚ୍ଚୟର ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ପୁନଶ୍ଚ A ଏବଂ B ର ମୁଦ୍ରା ସମୁଚ୍ଚୟକୁ ବିଚାରକୁ ନିଆଯାଉ । ଯଦି ଆମେ ସମୁଚ୍ଚୟ A ରୁ ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରା ନେଇଯିବା ତେବେ ଚିତ୍ର – 16 ରେ ସୂଚିତ ହେଲାପରି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ସଂଯୋଜିତ ହୋଇପାରିବେ । ଗୋଟିଏ ସମୁଚ୍ଚୟରୁ କିଛି ଉପାଦନ ନେଇଯିବା ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ବିୟୋଗ କୁହାଯାଏ ଯଥା : 3 - 1 = 2 । ଏହା ଯୋଗକ୍ରିୟାର ଠିକ୍ ବିପରୀତ । ମଣିଷ ଦ୍ୱାରା ଅନୁସୃତ ହୋଇଥିବା ପ୍ରଥମ ଓ ପ୍ରମୁଖ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଦ୍ୱୟ ହେଲେ ଯୋଗ ଏବଂ ବିୟୋଗ । କ୍ରମଶଃ ଗୁଣନ ଓ ହରଣଭଳି ଜଟିଳ ପ୍ରକ୍ରିୟାଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରାଗଲା । ତେବେ ସେଗୁଡ଼ିକର ମୂଳ ସୂତ୍ର ଯୋଗ ଓ ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସହ ସଂଶ୍ଳିଷ୍ଟ । ଆଧୁନିକ କମ୍ପ୍ୟୁଟରଯୁଗରେ ମଧ୍ୟ ଯୋଗ ଓ ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ଅଧିକ ଗୁରୁତ୍ୱ ଦିଆଯାଉଛି ।

ସ୍ୱାଭାବିକଭାବେ ଶ୍ରେଣୀଭିତ୍ତିକ ଚିନ୍ତା ଆମ ମନକୁ ଆସେ । ଅନେକ ସମୟରେ ଅନେକ ବସ୍ତୁକୁ ଗଣିବାବେଳେ ଆମେ ଦୁଇ, ଚାରି ବା ପାଞ୍ଚକରି ଗଣନା କରୁ । 3 ର ଦୁଇ

ଶ୍ରେଣୀର ଯୋଗଫଳ 6, ତିନି ଶ୍ରେଣୀର ଯୋଗଫଳ 9 ହୋଇଥାଏ (ଚିତ୍ର : 17) ।

ଉପରୋକ୍ତ ଅନୁଚିନ୍ତା ଆମକୁ ଗୁଣନପ୍ରକ୍ରିୟା ଆଡ଼କୁ ଅଗ୍ରସର କରାଏ । ଅନ୍ୟଥା ଶ୍ରେଣୀଭିତ୍ତିକ ବିୟୋଗ ଆମକୁ ହରଣପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ବନ୍ଧରେ ସୂଚନା ଦିଏ । ଯୋଗପ୍ରକ୍ରିୟା ଦ୍ୱାରା



ଚିତ୍ର.17

କିପରି ଗୁଣନକ୍ରିୟା ସମ୍ପର୍କରେ ଧାରଣା ମିଳିଥିଲା ତାହା ବଡ଼ ଆଗ୍ରହୋଦ୍ଦୀପକ । ପ୍ରାଚୀନ ଇଜିପ୍ଟବାସୀଗଣ 12 କୁ 12 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନକରିବା କାର୍ଯ୍ୟଟି ନିମ୍ନମତେ ଯୋଗପ୍ରକ୍ରିୟା ଦ୍ୱାରା ସମ୍ପାଦନ କରୁଥିଲେ ।

1	12
2	24
4	48
8	96

ଉପରୋକ୍ତ ସାରଣୀରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟା ତା'ର ପୂର୍ବସଂଖ୍ୟାର ଦୁଇଗୁଣ । ଯେହେତୁ $4 \times 12 = 48$ ଏବଂ $8 \times 12 = 96$ ତେଣୁ $48 + 96 = 12 \times 12$ ହେବ । ଅତଏବ $12 \times 12 = 144$ । ସେମାନେ ବୁଝିପାରିଥିଲେ ଯେ $4 \times 12 + 8 \times 12 = (4 + 8)\ 12$ । ଏହାକୁ ଗୁଣନର କ୍ରମବିନିମୟୀ ନିୟମ ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

ହରଣପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ବାରମ୍ବାର ବିୟୋଗ ସଂଘଟିତ ହୁଏ । $12 \div 3$ କଥାଟି ବିଚାରକୁ ନିଆଯାଉ । 12 ରୁ 4 ଥର 3 ବିୟୋଗକଲେ ଆଉ କିଛି ରହିବନାହିଁ । ଅତଏବ $12 \div 3 = 4$ । ବର୍ତ୍ତମାନ 19 କୁ 8 ଦ୍ୱାରା ଭାଗକରିବା କଥା ବିଚାରକୁ ନିଆଯାଉ । 19 ରୁ 8 ର ବିୟୋଗ କେବଳ ଦୁଇଥର ସମ୍ଭବ । ତେଣୁ

$$\frac{19}{8} = 2 + \frac{3}{8} \text{ ଅର୍ଥାତ୍ } 2 + \frac{2}{8} + \frac{1}{8} \text{ ବା } \frac{19}{8} = 2 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$$

ହରଣ କହିଲେ ଏକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ତା'ର ଭାଗମାନଙ୍କରେ ବିଭକ୍ତ କରିବାକୁ ବୁଝାଏ । ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ ଏକ ବର୍ଗାକାର କାଗଜକୁ ଚାରି ସମାନଭାଗରେ କାଟିବା । ଏହା 1 କୁ 4 ଦ୍ୱାରା ଭାଗକରି ସଂପାଦିତ କରାଯାଇପାରିବ । ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଦୁଇ ପ୍ରକାରର ସଂଖ୍ୟା ଯଥା ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଓ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ପାଇଲେ । ଯେତେବେଳେ ଶୂନ ଉଦ୍ଭାବିତ ହେଲା ଏହା ଅନ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା ସହ ଯୋଗ କରାଗଲା । ଗଣନସଂଖ୍ୟା, ଶୂନ ଏବଂ ଯୋଗ, ବିଯୋଗ, ଗୁଣନ ଓ ହରଣ ଚାରୋଟି ପ୍ରକ୍ରିୟା ମାଧ୍ୟମରେ ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନର ଗାଣିତିକ ବିଶ୍ଳେଷଣ ସହଜ ହୋଇପାରିଲା ।

ଯେତେବେଳେ 4 ରେ 3 ଯୋଗ କରାଯାଏ ଆମେ 7 ଫଳ ପାଉ । ବର୍ତ୍ତମାନ ମୂଳସଂଖ୍ୟା 4 ପାଇବାକୁ ହେଲେ ଆମକୁ 7 ରୁ 3 ବିଯୋଗ କରିବାକୁ ହେବ । ତେଣୁ ଯୋଗପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ବିଯୋଗପ୍ରକ୍ରିୟା ନିଷ୍କ୍ରିୟ କରିଦିଏ । ତେଣୁ ଯୋଗର ବିପରୀତ ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ବିଯୋଗ କୁହାଯାଏ । ସେହିପରି ଯୋଗ ମଧ୍ୟ ବିଯୋଗର ବିପରୀତ ପ୍ରକ୍ରିୟା । ସେହିପରି ଗୁଣନ ଓ ହରଣପ୍ରକ୍ରିୟା ଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରର ବିପରୀତ ।

ସମାନ ସଂଖ୍ୟାର ବାରମ୍ବାର ଯୋଗଫଳ ଗୁଣନ ସୂଚାଇଲାପରି ସମାନ ସଂଖ୍ୟାର ବାରମ୍ବାର ଗୁଣନ ମାଧ୍ୟମରେ ବର୍ଗ, ଘନ ବା ଉଚ୍ଚ ଘାତାଙ୍କ ସୂଚିତ ହୁଏ । କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲାବେଳେ ବର୍ଗ ନିର୍ଣ୍ଣୟକରିବା ଏକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ କଥା । ସେହିପରି ଘନଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲାବେଳେ ଘନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଧାରଣା ଥିବା ଉଚିତ୍ । ବର୍ଗମୂଳ ଓ ଘନମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପରି ବିପରୀତ ପ୍ରତିକ୍ରିୟା ମଧ୍ୟ ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନପାଇଁ ଉପଯୋଗୀ ।

ଅଙ୍କ କେତେକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ମାଧ୍ୟମରେ ମଣିଷ ଜୀବନର ବିବିଧ କ୍ଷେତ୍ରର ସମସ୍ୟା କିପରି ସମାହିତ କରିହେବ ? ଆସନ୍ତୁ ଏକ ଉଦାହରଣ ବିଚାରକୁ ନେବା । ନିମ୍ନୋକ୍ତ ସମସ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ବିଚାରକୁ ନିଆଯାଉ ।

- ଜଣେ ବହି ବିକ୍ରେତା ବହି ପିଛା 4 ଟଙ୍କା ଲେଖାଏଁ ଦେଇ 100 ଟି କପି କିଣିଲା । ବହିଗୁଡ଼ିକର ଦାମ କେତେ ?
- 100 ବର୍ଗ ମିଟର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ଚାରିଟି ଘରର ସମୁଦାୟ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ?
- 4 ମିଟର = କେତେ ସେଣ୍ଟିମିଟର ?
- ଜଣ ପିଛା 4 ଟଙ୍କା ଲେଖାଏଁ ଦେଲେ 100 ଜଣ ପିଲା କେତେ ଟଙ୍କା ଦେବେ ?

ଏହା ସ୍ପଷ୍ଟ ପରିଲକ୍ଷିତ ହେଉଛି ଯେ ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରର ଉତ୍ତର 100 x 4 । ଏଥିରୁ ପ୍ରମାଣିତ ହେଉଛି ଯେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରିସ୍ଥିତିରେ ଏକ ସାଧାରଣ ଶୈଳୀ ଅଛି ଯାହା ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଦ୍ୱାରା ସମାହିତ ହୋଇପାରୁଛି । ଅତଏବ ଆଧୁନିକ ଭାଷାରେ ପ୍ରକ୍ରିୟାବଳୀ ହେଉଛନ୍ତି ବିଭିନ୍ନ ପରିସ୍ଥିତି ଓ ସମସ୍ୟାର ଗାଣିତିକ ନମୁନା । ପ୍ରକ୍ରିୟା ସହ ସଂଯୋଜିତ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ଆମ କ୍ରିୟାଶୀଳତାର ଶୈଳୀ ଉପସ୍ଥାପନ କରନ୍ତି । ତେବେ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର । କେବଳ

ଏକ ଭୌତିକ କାରକ ସହ ସଂଯୋଜିତ ହେଲାପରେ ହିଁ ସେମାନେ କିଛି ସୂଚନା ପ୍ରଦାନ କରନ୍ତି । ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ ରମେଶ ଗଣିତ ପରୀକ୍ଷାରେ 100 ରୁ 50 ରଖିଲା ଏବଂ ଜୟପୁରରେ ତାପମାତ୍ରା 50^0 ସେଣ୍ଟିଗ୍ରେଡ଼ । ଏ ଉଭୟ କ୍ଷେତ୍ରରେ 50 ର ଅର୍ଥ ଏକକ ଯୋଗୁଁ ଭିନ୍ନ ହେଉଛି ।

ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବସ୍ଥାର ବିକାଶ

500 ଖ୍ରୀଷ୍ଟାବ୍ଦ ବେଳକୁ ଭାରତ ପାଟୀଗଣିତ, ବୀଜଗଣିତ ଓ ତ୍ରିକୋଣମିତିର ବିକାଶର କେନ୍ଦ୍ର ହୋଇଉଠିଲା (ଚିତ୍ର-18) । ଏ ସମୟରେ ସଂଖ୍ୟାକ୍ରମର ବିକାଶ ହେଲା ଏବଂ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକ୍ରିୟା, ସାମଗ୍ରିକ ସଂଖ୍ୟା ଓ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ବିକାଶ ମଧ୍ୟ ସାଧିତ ହେଲା । ଏ ସମୟରେ 1 ଠାରୁ 9 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟା, ପ୍ରକ୍ରିୟା ନିମନ୍ତେ ଭାଷାତତ୍ତ୍ୱ, ପଦ ଓ ବିଭିନ୍ନ ସଙ୍କେତ ବିକଶିତ ହେଲା । ଯଦିଓ ହିନ୍ଦୁମାନେ ବିଭିନ୍ନ ନିୟମ ସମ୍ପର୍କରେ ଅବଗତ ଥିଲେ ତଥାପି ହିସାବ ନିମନ୍ତେ ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ବିଭିନ୍ନ ନିୟମ ସାଧାରଣୀକୃତ ହୋଇନଥିଲା । ସେ ସମୟରେ ମଧ୍ୟ ସେମାନେ ଦୁଇପ୍ରକାରର ସଂଖ୍ୟା (ଯଥା-ଋଣାତ୍ମକ ଓ ଅପରିମେୟ) ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଅବଗତ ଥିଲେ । ଋଣ ସମସ୍ୟା ଉପସ୍ଥାପନା ନିମନ୍ତେ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାର ସହାୟତା ନିଆଯାଉଥିଲା । ତେବେ ଏବେ ସେଗୁଡ଼ିକ ଯେପରି ବ୍ୟବହୃତ ହେଉଛନ୍ତି ସେ ସମୟରେ ସେପରି ହେଉନଥିଲା । ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ଏବେ ବରଫର ତାପମାତ୍ରା ଅର୍ଥାତ୍ 0^0 ସେଣ୍ଟିଗ୍ରେଡ୍ ଠାରୁ କମ୍ ତାପମାତ୍ରା ପାଇଁ ବ୍ୟବହୃତ ହେଉଛି । ବୃଷ୍ଟିପାତର ହାର ଅଙ୍କ ମଧ୍ୟ ଏହାଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ହେଉଛି । ଗଲଫ୍ ଖେଳାଳୀ ଯଦି ଆବଶ୍ୟକ ମାନଠାରୁ କମ୍ ସଟ୍‌ରେ ଖେଳ ଶେଷ କରୁଛି ତେବେ ତାକୁ ମଧ୍ୟ ଋଣାତ୍ମକ ଅଙ୍କ ଦିଆଯାଉଛି ।

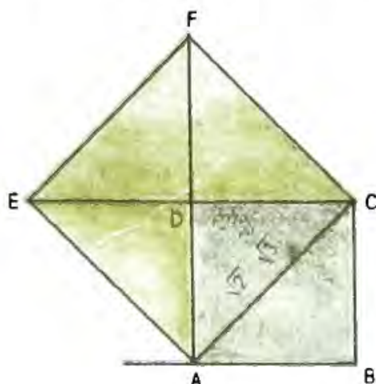
ଇତିହାସ ଅନୁସାରେ ପ୍ରାଚୀନ ଗଣିତଜ୍ଞମାନେ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ଜାଣିବା ପୂର୍ବରୁ $\sqrt{2}$ $\sqrt{3}$ ଇତ୍ୟାଦି ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଧାରଣା କରିପାରିଥିଲେ । ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁ ନିର୍ଣ୍ଣୟ, ଜ୍ଞାତ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର ଅଙ୍କନ (ଅନ୍ୟ ଏକ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣ ଉପରେ) ଅଥବା ଏକ ବୃତ୍ତର ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର ଅଙ୍କନ ସମୟରେ ଏହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ଆବଶ୍ୟକ ହେଉଥିଲା । ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ ଗୋଟିଏ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଦୁଇଗୁଣ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର ଅଙ୍କନ ନିମନ୍ତେ ପ୍ରଦତ୍ତ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣକୁ ଦ୍ୱିତୀୟଟିର ବାହୁରୂପେ ନିଆଯାଉଥିଲା (ଚିତ୍ର-19) । ଯେହେତୁ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମୂଳ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟର $\sqrt{2}$ ଗୁଣ ସେହେତୁ ସେଥିରୁ ମିଳିଥିବା ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ମୂଳ ଚିତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଦୁଇଗୁଣ ହେବ ।

ସେହିପରି ଏକ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ତିନିଗୁଣ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର ଅଙ୍କନ ନିମନ୍ତେ ତାର କର୍ଣ୍ଣକୁ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ବାହୁକୁ ପ୍ରସ୍ଥରୂପେ ନେଇ ଏକ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ଅଙ୍କନ କରାଯାଏ (ଚିତ୍ର-20) । ତାପରେ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣ ମୂଳ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ବାହୁର $\sqrt{3}$ ଗୁଣ ହୁଏ । ସେହି କର୍ଣ୍ଣକୁ ବାହୁକରି ଏକ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର ଅଙ୍କନକଲେ ତାହା ମୂଳ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ତିନିଗୁଣ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ



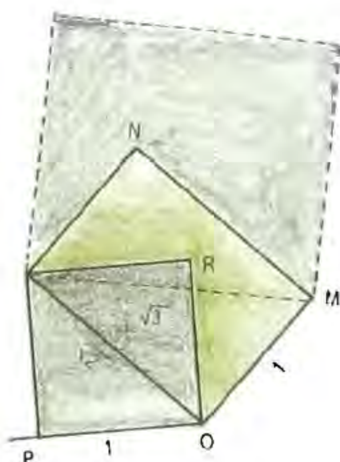
ଚିତ୍ର.୧୪

ହେବ । ତଥାକଥିତ ପିଥାଗୋରସ୍ ଉପପାଦ୍ୟ ମଧ୍ୟ ପ୍ରାଚୀନ ଭାରତୀୟ ଗଣିତଜ୍ଞମାନଙ୍କୁ ଜଣାଥିଲା । ସେମାନେ ଗ୍ରୀକ୍, ଇଜିପ୍ଟ ଓ ଚୀନରେ ଜ୍ୟାମିତିର ଅଭ୍ୟୁଦୟ ପୂର୍ବରୁ ଏହା ଜାଣିଥିଲେ । ଏହା ମଧ୍ୟ ଜଣାଥିଲା ଯେ $\sqrt{2}$ ର ସଠିକ୍ ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କରିହେବ ନାହିଁ । ବିଖ୍ୟାତ ଗଣିତଜ୍ଞ ଦ୍ୱିତୀୟ ଭାସ୍କରାଚାର୍ଯ୍ୟ (1150 ଖ୍ରୀ.ଅ) ତାଙ୍କର ବିଖ୍ୟାତ ପୁସ୍ତକ ଲୀଳାବତୀରେ $\sqrt{3}$ ନାମକ ଏକ ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ ନିମନ୍ତେ ଏକ ଉପାୟ ଦର୍ଶାଇଥିଲେ ।



ଚିତ୍ର.୧୫

ଅଧୁନା ବ୍ୟବହୃତ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବସ୍ଥାର ବିକାଶ ନିମନ୍ତେ ପ୍ରାୟ 5000 ବର୍ଷ ଲାଗିଗଲା । ଆଧୁନିକ ବ୍ୟବସ୍ଥାରେ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ବିଭିନ୍ନ ସମୁଚ୍ଚୟରେ ବିଭକ୍ତ ହୋଇଛନ୍ତି । ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟା ସମୁଚ୍ଚୟକୁ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ବା ପ୍ରାକୃତିକ ସଂଖ୍ୟା ସମୁଚ୍ଚୟ କୁହାଯାଏ ଓ N ରୂପେ ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଏ । N = {1,2,3,4..........} ତିନୋଟି ବିନ୍ଦୁରୁ ଏହା ସୂଚିତ ହୁଏ ଯେ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ଶେଷ ନାହିଁ ।



ଚିତ୍ର.20

ବିକାଶର ପରବର୍ତ୍ତୀ ସୋପାନ ହେଲା ପ୍ରାକୃତିକ ବା ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ଶ୍ରେଣୀରେ ଶୂନ୍ ର ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ହେବା । ଏହି ସମୁଚ୍ଚୟକୁ ସମଗ୍ର ସଂଖ୍ୟା ସମୁଚ୍ଚୟ କୁହାଗଲା । ଅସ୍ୱାଭାବିକ ପ୍ରତୀୟମାନ ହେଉଥିବା ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ବର୍ତ୍ତମାନ ସଂଖ୍ୟା ଶ୍ରେଣୀରେ ନ୍ୟାଯ୍ୟ ସ୍ଥାନ ପାଇଲେ । ଯେଉଁ ସମୁଚ୍ଚୟରେ ସମସ୍ତ ଗଣନସଂଖ୍ୟା, ଶୂନ୍ ଓ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ରହିଲା ତାହାକୁ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ସମୁଚ୍ଚୟ ବା I କୁହାଗଲା । I = {.... -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4......} । ବିନ୍ଦୁ ମାଧ୍ୟମରେ ଏହା ସୂଚିତ ହୁଏ ଯେ ଅସୀମ ସଂଖ୍ୟକ ଯୁକ୍ତାତ୍ମକ ଓ ବିଯୁକ୍ତାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ଅଛନ୍ତି ।

$\frac{4}{5}$, $-\frac{8}{11}$ ଜାତୀୟ ଭଗ୍ନ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଗ୍ରହଣ କଲାପରେ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ସମୁଚ୍ଚୟ ଆହୁରି ପ୍ରସାରିତ ହେଲା । ଏହି ସମୁଚ୍ଚୟର ଯେ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟା $\frac{a}{b}$ ରୂପେ ପ୍ରକାଶିତ ହୋଇପାରିବ । ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ 3=6/2, 7=21/3 ଇତ୍ୟାଦି । ଏହି ସମୁଚ୍ଚୟକୁ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ସମୁଚ୍ଚୟ କୁହାଯାଏ ଓ ଏହା Q ରୂପେ ଲେଖାଯାଏ । ତେଣୁ

$$Q=\{.......-2, \frac{-3}{2}, -1, \frac{-1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2.....\}$$

ସଂଖ୍ୟା ଲିଖନର ନୂତନ ଉପାୟ

ସଂଖ୍ୟା ଲିଖନର ଦୁଇଟି ସମ୍ପ୍ରତି ପ୍ରଚଳିତ ବ୍ୟବସ୍ଥା ଆମେ ଅଧ୍ୟୟନ କରିବା ଜରୁରୀ । ପ୍ରଥମଟି ହେଲା ଭଗ୍ନାଂଶ ଲିଖନର ଉପାୟ । ଭଗ୍ନାଂଶକୁ ନୂତନ ଉପାୟରେ ଲେଖିବାକୁ ଦଶମିକ ବ୍ୟବସ୍ଥାପନା କୁହାଯାଏ । ଦଶମିକ ବ୍ୟବସ୍ଥା ସ୍ଥାନୀୟମାନ ସହ ଅନେକ ସାଦୃଶ୍ୟ ରଖେ । ନିମ୍ନୋକ୍ତ ସ୍ଥାନୀୟମାନ ଦେଖ ।

$$...\ 10{,}000 \quad 1{,}000 \quad 100 \quad 10 \quad 1 \quad \frac{1}{10} \quad \frac{1}{100} \quad \frac{1}{1000} \quad \frac{1}{10000}$$

ଏଠାରେ 1 ର ଦକ୍ଷିଣ ପାଖକୁ ଥିବା ସ୍ଥାନୀୟମାନଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{100}$ ଇତ୍ୟାଦି । ସ୍ଥାନୀୟମାନରେ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଗୁଣା ଗଲାପରି ଦଶମିକ ଭଗ୍ନାଂଶ କ୍ଷେତ୍ରରେ ହରି ତାର ନିକଟ ମାନ

ସହ ଗୁଣାଯାଏ । ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାର ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସ୍ଥାନରେ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ଦିଆଯାଇଥାଏ । ଏହାର ଦକ୍ଷିଣ ପାଖକୁ ଥିବା ଅଂଶ ଭଗ୍ନାଂଶ ଅଟେ । ତେଣୁ 234.567ଦଶମିକ ଭଗ୍ନାଂଶଟି ନିମ୍ନମତେ ଲେଖାଯାଇ ପାରିବ ।

10^2	10^1	10^0	—	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}
2	3	4	—	5	6	7

ଅର୍ଥାତ୍ $2\times 100 + 3\times 10 + 4\times 1 + 5\times \frac{1}{10} + 6\times \frac{1}{100} + 7\times \frac{1}{1000}$

ଭଗ୍ନାଂଶ ଶୈଳୀ ଅନୁସାରେ ସଂଖ୍ୟାଟି ହେଲା $234\frac{567}{1000}$

ଦଶମିକ ଭଗ୍ନାଂଶ ଶୈଳୀରେ ସଂଖ୍ୟା ଲିଖନ ଖୁବ୍ ସହଜ । ଗୋଟିକରୁ ଆଉ ଗୋଟିଏ ବିୟୋଗ ବା ଗୋଟିକ ସହ ଆଉ ଗୋଟିକର ଯୋଗ କରିବା ନିମନ୍ତେ ସେମାନଙ୍କୁ ପାଖାପାଖି ଲେଖି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ପରି ଯୋଗ ବା ବିୟୋଗ କରିହେବ । ଦଶମିକ ଭଗ୍ନାଂଶର ଗୁଣନ ସମୟରେ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଗୁଣନବିଧି ଅବଲମ୍ବନ କରାଯିବ ତେବେ ଦଶମିକ ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା ଉଭୟରେ ଯେତୋଟି ଥିବ ତାହାକୁ ମିଶାଇ ସେତିକି ସଂଖ୍ୟା ଡାହାଣପଟୁ ଛାଡ଼ି ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ଦିଆଯିବ । ହରଣ ପ୍ରକ୍ରିୟା ମଧ୍ୟ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ପରି ହେବ ତେବେ ହରଣ ସମୟରେ ନିଆଯାଉଥିବା ଅତିରିକ୍ତ ଶୂନ ଅନୁସାରେ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ଦିଆଯିବ ।

ଏକ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାର ମୂଲ୍ୟ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ବିଭାଜ୍ୟ ହୋଇପାରେ ବା ନ ହୋଇପାରେ । 2 ବା 5 ଘାତାଙ୍କ ସମ୍ବଳିତ ସଂଖ୍ୟା ଯଦି ହରରେ ଥାଏ ତେବେ ତାହାର ଏକ ନିର୍ଦ୍ଧାରିତ ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିହୁଏ । ଯଥା $\frac{1}{4}=0.25, \frac{1}{2}=0.5$, ମାତ୍ର $\frac{2}{3}, \frac{2}{9}$ ଇତ୍ୟାଦି ଭଗ୍ନାଂଶଗୁଡ଼ିକର ମୂଲ୍ୟ ଅନିର୍ଦ୍ଧାରିତ ଯଥା $\frac{2}{3}=0.666$................, $\frac{2}{9}=0.222$ । $\sqrt{3}, \sqrt{2}$ ଭଳି ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟ ଦଶମିକ ଭଗ୍ନାଂଶ ଅନୁସାରେ ଲେଖାଯାଇପାରିବ । ତେବେ ଏହି ମୂଲ୍ୟଗୁଡ଼ିକ ଅନିର୍ଦ୍ଧାରିତ । ଅଧିକରୁ ଅଧିକ ସ୍ଥାନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାନେଇ ଏଗୁଡ଼ିକର ଅଧିକ ଠିକ୍ ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କରିହେବ ।

ସଂଖ୍ୟା ଲିଖନର ଦ୍ୱିତୀୟ ବ୍ୟବସ୍ଥାଟି ହେଉଛି ତାହା ଯାହାକୁ ବିଶ୍ୱର ସମସ୍ତ ବୈଜ୍ଞାନିକ ବଳ, ବସ୍ତୁତ୍ୱ, ସମୟ ଇତ୍ୟାଦି ରାଶିର ପରିମାପ ନିମନ୍ତେ ମାନକ ରୂପେ ଗ୍ରହଣ କରିଛନ୍ତି । ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ ସଂଖ୍ୟାଟି ସେହି ସ୍ଥାନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଲେଖାଯାଏ ଯେଉଁ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ରାଶିଗୁଡ଼ିକ ସ୍ପଷ୍ଟ । ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ ଯଦି ଏକ ମିଲିମିଟରର ଦଶଭାଗରୁ ଭାଗେ ମପା ଯାଇଥାଏ ତେବେ ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ 27.15 ସେ.ମି ରୂପେ ଲେଖାଯାଏ । ଏହାକୁ 2.715×10 ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ । ତେଣୁ ଦଶମିକ ବ୍ୟବସ୍ଥାରେ ସବୁଠୁ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ହେଲା ଏକକ ଘର । ବାକି ସବୁ ଏକ ଭଗ୍ନାଂଶ ଯାହାକୁ 10 ର ଘାତାଙ୍କ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରିହେବ । ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ ପୃଥିବୀର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ହେଲା 6700 କିଲୋମିଟର । ଏସ୍.ଆଇ. ଏକକ ବ୍ୟବସ୍ଥା ଅନୁସାରେ ଏହାକୁ 6.7×10^6 ମିଟର ଲେଖା ଯିବ ।

ସେହିପରି ବ୍ରୋମିନ୍ ପରମାଣୁର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ହେଲା 1.14A°। ଯେହେତୁ 1A° = 10^{-10} ମିଟର ତେଣୁ 1.14A° = 1.14 × 10^{-10} ମିଟର। ଦୁଇଟି ରାଶିର ତୁଳନା ନିମନ୍ତେ ଏହି ପ୍ରକାରର ଲିଖନଶୈଳୀ ବେଶ୍ ଉପଯୋଗୀ। ଏଥିରୁ ଜଣେ ସହଜରେ ଜାଣିପାରିବ ଯେ ପୃଥିବୀର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ପରମାଣୁର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧର 10^{16} ଗୁଣ। ଏହି ସଂଖ୍ୟାଟି ଏତେ ବଡ଼ ଯେ 6.7 ଓ 1.14 ର ଅନୁପାତ ଏହା ତୁଳନାରେ ନଗଣ୍ୟ। ତେଣୁ ତାହାକୁ ବାଦ୍ ଦିଆଯାଇପାରିବ। ଏ ପ୍ରକାର ତୁଳନାକୁ ପରିମାଣର କ୍ରମ ରୂପେ ଅଭିହିତ କରାଯାଏ ଏବଂ ବିଜ୍ଞାନ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଏହାର ଭୂମିକା ଖୁବ୍ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ।

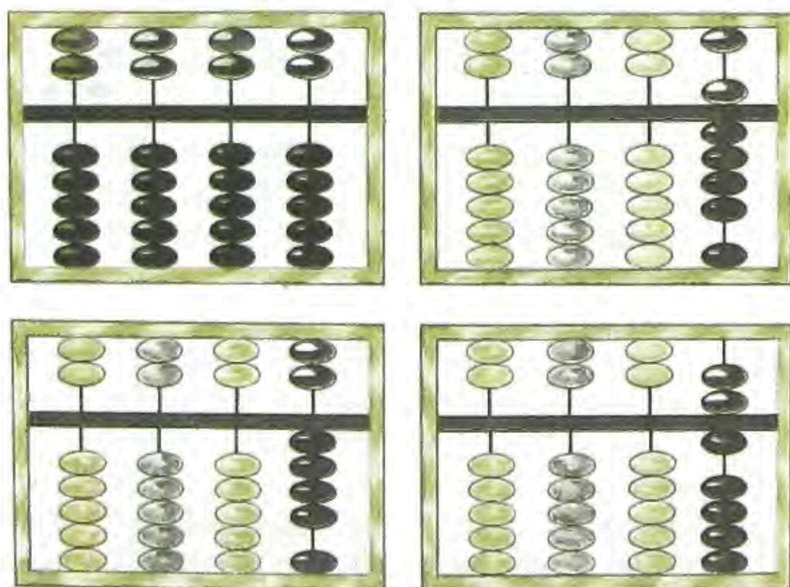
କେତେକ ଅଜଣା ସଂଖ୍ୟା

ଏପରି କେତେକ ସଂଖ୍ୟା ଅଛନ୍ତି ଯେଉଁମାନେ ଆଧୁନିକ ଗଣିତର ମୂଳ ମାତ୍ର ସେମାନଙ୍କ ସମ୍ପର୍କରେ ସଠିକ୍ କେହି କିଛି ଜାଣିନାହାନ୍ତି। ଏହିଭଳି ଏକ ସଂଖ୍ୟା ହେଲା ଗ୍ରୀକ୍ ଅକ୍ଷର π (ପାଇ)। ଏହାର ବହୁ ପ୍ରଚଳିତ ମୂଲ୍ୟ ହେଲା 22/7। ତେବେ ଏହା π ର ସଠିକ୍ ମୂଲ୍ୟ ନୁହେଁ। ଅବଶ୍ୟ କେହି ଏହାର ସଠିକ୍ ମୂଲ୍ୟ ଜାଣିନାହାନ୍ତି। ଏହାର ମୂଲ୍ୟ 3 ରୁ 4 ଭିତରେ ବୋଲି ଏକ ମୋଟାମୋଟି ଧାରଣା କରାଯାଇଛି। ଏହାଠୁ ଆଉ ଟିକେ ଉନ୍ନତ ମୂଲ୍ୟ 3.1 ରୁ 3.2 ଭିତରେ। ଦଶମିକ ବ୍ୟବସ୍ଥା ଅନୁସାରେ ବେଶି ବେଶି ଆଗକୁ ଗଲେ ଏହାର ବେଶି ସଠିକ୍ ମୂଲ୍ୟ ଆମେ ପାଇପାରିବା। କମ୍ପ୍ୟୁଟର ସହାୟତାରେ ଏହାର ଆଧୁନିକ ମୂଲ୍ୟ ଦଶମିକ ପରେ ନିୟୁତ ସ୍ଥାନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ବାହାର କରାଯାଇଛି।

π ସଂଖ୍ୟାଟି ଏକ ବୃତ୍ତର ପରିସୀମା ଓ ତାର ବ୍ୟାସର ଅନୁପାତକୁ ସୂଚାଏ। ଇତିହାସ ଦେଖିଲେ ଜଣାଯାଏ π ନିମନ୍ତେ ଅନେକ ପାଖାପାଖି ମୂଲ୍ୟ ଆହରିତ ହୋଇଛି। ସୋଲମନ୍ ମନ୍ଦିର ନିର୍ମାଣ କରିଥିବା ପ୍ରାଚୀନ ହିନ୍ଦୁମାନଙ୍କ ନିମନ୍ତେ ଏହି ମୂଲ୍ୟ ପ୍ରାୟ 3, ବାଇବେଲର ପ୍ରଥମ ପୁସ୍ତକ ଅନୁସାରେ "ଯଦିଓ ସେ 10 କ୍ୟୁବିଟ୍ରେ ଏକ ତରଳ ସମୁଦ୍ର ତାହା ଏ କୂଳରୁ ସେ କୂଳ ଲମ୍ବିଥାଏ ଏବଂ ଏହାର ଗୋଲେଇ 30 କ୍ୟୁବିଟ୍।" ଏହା ମନ୍ଦିର ବାହାରର ଏକ ଆଳଙ୍କାରିକ ପୁଷ୍କରିଣୀର ବର୍ଣ୍ଣନାରେ ପ୍ରଦତ୍ତ। ବେବିଲୋନୀୟଙ୍କ ମତରେ $\pi = 3\frac{1}{8}$ ଏବଂ ଇଜିପ୍ଟବାସୀଙ୍କ ଅନୁସାରେ ଏହା $3\frac{12}{81}$। ପ୍ରାଚୀନ ହିନ୍ଦୁମାନେ ବୃତ୍ତ ସହ ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର ଅଙ୍କନ ନିମନ୍ତେ π କୁ 3.1416 ବୋଲି ନେଉଥିଲେ। ଚୀନାମାନେ ଏହାର ମୂଲ୍ୟ 3.16 ବୋଲି ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କରିଥିଲେ ଯଦିଓ ପରବର୍ତ୍ତୀକାଳରେ ସୁ ଚୁଙ୍ଗ୍ ଚିହ ଏହାର ମୂଲ୍ୟ ଦଶମିକ ସାତ ସ୍ଥାନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ 3.1415926 ଏବଂ 3.1415927 ରୂପେ ସୂଚାଇଥିଲେ। ଯଦିଓ ପ୍ରାଚୀନକାଳରେ π ଏକ ଅନୁପାତ ରୂପେ ପରିଗଣିତ ହେଉଥିଲା ତଥାପି ଏହା ଏକ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ସଂଖ୍ୟାର ମର୍ଯ୍ୟାଦା ପାଇ ନଥିଲା। π ର ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ମର୍ଯ୍ୟାଦା ଆର୍କିମେଡିସ୍ଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ଉପସ୍ଥାପିତ ହୋଇଥିଲା। ସେ ଏହାକୁ ବୃତ୍ତର ପରିଧି ଓ ବ୍ୟାସର ଅନୁପାତ ରୂପେ ସୂଚାଇଥିଲେ। ସେ ଏହାର ମୂଲ୍ୟ $3\frac{10}{71}$ ଓ $3\frac{1}{7}$ ମଧ୍ୟରେ ନିର୍ଦ୍ଧାରିତ କରିଥିଲେ। ତେଣୁ ଏହା ମୋଟାମୋଟି $3\frac{1}{7}$ ର ପାଖାପାଖି ବୋଲି ଗଣା

ଯାଉଥିଲା ଅର୍ଥାତ୍ $\frac{22}{7}$ । ସେ ଏହାକୁ କୌଣସି ଅକ୍ଷର ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନଟ କରିନଥିଲେ । ଏହି ଅନୁପାତକୁ ସୂଚାଇବା ନିମନ୍ତେ 1706 ମସିହାରେ ଓ୍ୱିଲିୟମ୍ ଜୋନ୍‌ସ ଏହି ଅକ୍ଷର ବ୍ୟବହାରକଲେ 'ପାଇ' । ଦୂରଦର୍ଶନ ନିମନ୍ତେ କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଥିବା ଜଣେ ଇଞ୍ଜିନିୟରଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ଏକ ଆଶ୍ଚର୍ଯ୍ୟଜନକ ଘଟଣା ଘଟେ 1964 ମସିହାରେ । (ଏ ବର୍ଷ ବ୍ରିଟିଶ୍ ଦୂରଦର୍ଶନର ରେଖା ସଂଖ୍ୟା 625 ରେ ପହଞ୍ଚିଲା) । ତେବେ ଏଥିରୁ ମିଳିଥିବା ମୂଲ୍ୟଟି $\frac{1964}{625}$ । ଆଗ୍ରହକୁ ପୁଞ୍ଜିକରି ଗଣିତଜ୍ଞମାନେ 1949 ମସିହାରୁ ଏହାର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ ନିମନ୍ତେ ଶ୍ରମକରି ଆସୁଥିଲେ । ତେବେ 1984 ମସିହାରେ ଜାପାନର ଏକ କମ୍ପ୍ୟୁଟର ମାଧ୍ୟମରେ ଏହାର ମୂଲ୍ୟ ଦଶମିକ ଏକ ନିୟୁତ ସ୍ଥାନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ନିର୍ଦ୍ଧାରିତ ହେଲା । ଅନେକ ବାସ୍ତବ ସମ୍ବନ୍ଧ ନିମନ୍ତେ ସଂଖ୍ୟାର ଆବଶ୍ୟକତା ଅପରିହାର୍ଯ୍ୟ । ତେଣୁ ଗଣିତର ଏକ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର "ବିଭାଗ ସଂଖ୍ୟା ତତ୍ତ୍ୱ" ବା "ଉଚ୍ଚତର ପାଟୀଗଣିତ" ସୃଷ୍ଟି ହେଲା ।

π ସଂଖ୍ୟାଟି ବୃତ୍ତୀୟ ବା ତ୍ରିକୋଣମିତିକ କାର୍ଯ୍ୟର ଭିତ୍ତି । କୋଣକୁ ରେଡିଆନ୍ ଏକକରେ ମପାଯାଏ । 2π ରେଡିଆନ୍ = $360°$ । ତେଣୁ ସମସ୍ତ ତ୍ରିକୋଣମିତିକ ଫଳନ π ର ଅନୁପାତ ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ହୋଇପାରିବ । ଏଥି ନିମନ୍ତେ ବୃତ୍ତର ପରିଧି ଓ କିଛି କୌଶଳ ଜାଣିବା ଆବଶ୍ୟକ । ବୈଦ୍ୟୁତିକ ଯାନ୍ତ୍ରିକତା, ତରଙ୍ଗ ପ୍ରୟୋଗ, ଜ୍ୟୋତିର୍ବିଜ୍ଞାନୀୟ ହିସାବ ଇତ୍ୟାଦି ତ୍ରିକୋଣମିତି ଫଳନ ଉପରେ ନିର୍ଭରଶୀଳ । ତେଣୁ ଆଧୁନିକ ବିଜ୍ଞାନରେ



ଚିତ୍ର.2।

π ଏକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ।

π ସହ ସଦୃଶ ଅନ୍ୟ ଏକ ଆଗ୍ରହୋଦ୍ଦୀପକ ସଂଖ୍ୟା ହେଲା e । ଏହା ମଧ୍ୟ ଆଧୁନିକ ଗଣିତର ଭିତ୍ତି ନିର୍ମାଣରେ ସହାୟକ । ତ୍ରିକୋଣମିତି, ଘାତ, ମୂଳକ, ଲଗାରିଦମ୍ ଭିତ୍ତିକ ଫଳନର ଭିତ୍ତି ହେଲା e ।

ଅସୀମ ସଂଖ୍ୟା ଶ୍ରେଣୀକୁ ଯୋଗକରି e ମିଳିଥାଏ ଯଥା :-

$$1 + 1 + \frac{1}{1.2} + \frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{1.2.3.4} + \ldots$$

ଏହା ଏକ ଶେଷହୀନ ଶ୍ରେଣୀ । ତେବେ ଏହାର ଯୋଗଫଳ ସର୍ବଦା 3 ଠାରୁକ ଛୋଟ । ଉଭୟ π ଏବଂ e ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ।

ଅନ୍ୟ ଏକ ଆଶ୍ଚର୍ଯ୍ୟଜନକ ନୂତନ ସଂଖ୍ୟା ହେଲା i । ଏହାକୁ କୃତ୍ରିମ ସଂଖ୍ୟା କୁହାଯାଏ କାରଣ -1ର ବର୍ଗମୂଳ ହୋଇଥିବାରୁ ଏହାର ବାସ୍ତବ ସ୍ଥିତି ନାହିଁ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାର ଏକ ସାଧାରଣ ଧର୍ମ ଅଛି । ତାହାହେଲା ଯୁକ୍ତାତ୍ମକ ବା ବିଯୁକ୍ତାତ୍ମକ । ସମସ୍ତ ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗ ସର୍ବଦା ଯୁକ୍ତାତ୍ମକ । ତେଣୁ ସଂଖ୍ୟା ଶ୍ରେଣୀରେ ବିଯୁକ୍ତ ବର୍ଗ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ସଂଖ୍ୟା ଖୋଜିବା ବୃଥା । ତେବେ ପ୍ରାଚୀନକାଳରୁ ଗଣିତଜ୍ଞମାନେ ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗମୂଳ ବାହାର କଲାବେଳେ ଏ ପ୍ରକାର ସଂଖ୍ୟାର ସାମ୍ନା କରିଛନ୍ତି । ଏହାକୁ ଡେସକାର୍ଟସ୍ ହିଁ କାଳ୍ପନିକ ସଂଖ୍ୟାରୂପେ ନାମିତ କରିଥିଲେ । $a + b\sqrt{-1}$ ଅର୍ଥାତ୍ $a + bi$ ଜାତୀୟ ଯେ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାକୁ ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟା କୁହାଯାଏ । ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟା ଆଧୁନିକ ଗଣିତରେ ବ୍ୟାପକଭାବେ ବ୍ୟବହୃତ ହେଉଛି ଏବଂ ଗଣିତ ଓ ବିଜ୍ଞାନର ଅନେକ ଫଳନର ଭିତ୍ତିରୂପେ କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଛି ।

ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ହିସାବ

ସଂଖ୍ୟାର ଗଣନା ସହିତ ସଭ୍ୟତାର ଗତି ସମତାଳରେ ଚାଲିଛି । ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ ଲଗାରିଦମ୍‌ର ଉଦ୍ଭାବନପରେ ନୌଯାତ୍ରାର ସଫଳତା ଆସିବା, ତ୍ରିକୋଣମିତି ଓ ଅନ୍ୟାନ୍ୟ କୌଶଳ ସହିତ ଏହାର ପ୍ରଗତି ଓ କମ୍ପ୍ୟୁଟର ସହ ଆଧୁନିକଯୁଗର ପ୍ରଗତି ଆବଶ୍ୟକ ଲକ୍ଷ୍ୟଣୀୟ ।

ଗଣନ ନିମନ୍ତେ ପ୍ରଥମେ ଗଣନଯନ୍ତ୍ର ବ୍ୟବହୃତ ହେଲା (ଚିତ୍ର-21) । ଏଥିରେ ଏକ ଭୂଲମ୍ବ ଦଣ୍ଡ ଥିଲା ଏବଂ ଏକ ଆନୁଭୂମିକ ଦଣ୍ଡ ଏହାକୁ ଦୁଇଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କରୁଥିଲା । ଉପର ଦଣ୍ଡରେ 2 ଟି ଏବଂ ତଳ ଦଣ୍ଡରେ 5 ଟି ଭାଗ ଥିଲା । ଉପରର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭାଗ 5 ଓ ତଳର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭାଗ 1 ଏକକ ସୂଚାଉଥିଲା । ବୃହତ୍ତର ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗବିୟୋଗ ଏହାଦ୍ୱାରା ସମ୍ଭବ ହେଉଥିଲା । ଏହାର ସୃଷ୍ଟି ଯଦିଓ ଜଣାନାହିଁ ତେବେ ଏହା ଗଲା 3000 ବର୍ଷଧରି ଚୀନରେ ଓ ଏବେ ଜାପାନ ଓ ଚୀନ ଉଭୟ ଦେଶରେ ବ୍ୟବହୃତ ହେଉଛି ।

ଗୁଣନ

ଗୁଣନ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାର ବାରମ୍ବାର ଯୋଗକୁ ବୁଝାଏ । ତେଣୁ 2 ପାଇଁ ଆମେ 2 ଦୁଇର ଏକ

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

ଚିତ୍ର.22

ଗୁଣନୀୟକ ଶ୍ରେଣୀ ପାଉ ଯଥା :-

2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20

ଏହା 2 × 10 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସୂଚାଏ । ଆମେ ଆହୁରି ଉଚ୍ଚ ଗୁଣନୀୟକଗୁଡ଼ିକୁ ମଧ ଲେଖିପାରିବା । ତେଣୁ (2× 10) ଠାରୁ ଅଧିକ କିଛି ଲେଖିବାର ଆବଶ୍ୟକତା ଆପାତତଃ ନାହିଁ । ଯଦି ଆମେ 2× 16 ଆବଶ୍ୟକ କରୁ ତେବେ 10 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଥିବା ସାରଣୀକୁ ବ୍ୟବହାରକରି ଏହା ପାଇପାରିବୁ । ତେଣୁ

$2\times16 = 16\times2 = (10+6)\times2 = 20+12 = 32$

ନିମ୍ନରେ ପ୍ରଦତ୍ତ ସାରଣୀକୁ ବ୍ୟବହାରକରି ଆବଶ୍ୟକୀୟ ସମସ୍ତ ଗୁଣନକ୍ରିୟା ସଂପାଦନ କରିହେବ (ଚିତ୍ର-22) ।

ଭାରତରେ ଗୁଣନ ସାରଣୀ ସୁବିସ୍ତୃତ । ପ୍ରଥମ ଦଶଟି ଗୁଣନୀୟକ ପାଇଁ 30 ଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ସାରଣୀ ଏବଂ ପ୍ରଥମ 100 ଟି ଗୁଣନୀୟକ ପାଇଁ ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଭଗ୍ନାଂଶ ପ୍ରାୟ 2000 ବର୍ଷଧରି ବ୍ୟବହୃତ ହୋଇ ଆସୁଥିଲା ।

ଗୁଣନର ସାରଣୀ ମଧ ଭାଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ବ୍ୟବହୃତ ହୁଏ । ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ 3× 4=12 ହେଲେ 12÷4=3 ଘାତାଙ୍କ ବା ବର୍ଗମୂଳ ନିମନ୍ତେ ସମ୍ବଳିତ ଜଟିଳ ହିସାବଗୁଡ଼ିକୁ ବାଦ୍ ଦେଲେ

ସଠିକ୍ ଗଣନା ଗୁଣନ ଏକ ଶକ୍ତିଶାଳୀ ଉପାୟ ।

ଲଗାରିଦମ୍

ପଞ୍ଚଦଶ ଶତାବ୍ଦୀରେ ବ୍ରିଟେନ୍, ଡେନ୍‌ମାର୍କ, ସ୍ପେନ୍ ତଥା ପର୍ତ୍ତୁଗାଲ ପ୍ରଭୃତି ପାଶ୍ଚାତ୍ୟ ରାଷ୍ଟ୍ରଗୁଡ଼ିକ ବହୁଳଭାବରେ ନୌଯାତ୍ରା ସଂପାଦନ କଲେ । ସମୁଦ୍ର ଭିତରେ ନୌଯାତ୍ରା ସମୟରେ ନକ୍ଷତ୍ର, ଗ୍ରହ ତଥା ଗ୍ରହାଣୁପୁଞ୍ଜଗୁଡ଼ିକର ଠିକ୍ ସ୍ଥାନ ଜାଣିବା ଆବଶ୍ୟକ ପଡ଼ିଲା । ଜଟିଳ ହିସାବପତ୍ର କରିବାପାଇଁ ସଠିକ୍ ତ୍ରିକୋଣମିତିକ ସାରଣୀ ପ୍ରସ୍ତୁତକରିବା ଆବଶ୍ୟକ ପଡ଼ିଲା । ହିସାବପତ୍ରର ସୁବିଧା ନିମନ୍ତେ ମଧ୍ୟ ଲଗାରିଦମ୍ ଉଦ୍ଭାବିତ ହେଲା ।

ଲଗାରିଦମ୍ ସାହାଯ୍ୟରେ ଗୁଣନ ସମସ୍ୟା ଯୋଗରୂପେ ଏବଂ ହରଣ ସମସ୍ୟା ବିୟୋଗରୂପେ ଉପସ୍ଥାପିତ ହେଲା । ଏହାଫଳରେ ହିସାବପତ୍ର ଖୁବ୍ ସରଳ ହୋଇପଡ଼ିଲା ।

କମ୍ପ୍ୟୁଟର

ସଂସ୍ଥାପନ ବ୍ୟବସ୍ଥା ଆରମ୍ଭ ହେବାଠାରୁ ଏପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଉଦ୍ଭାବିତ ହୋଇଥିବା ସମସ୍ତ ଯନ୍ତ୍ର ମଧ୍ୟରୁ ବୈଦ୍ୟୁତିକ କମ୍ପ୍ୟୁଟର ସର୍ବଶ୍ରେଷ୍ଠ । ଏହା ଏକ ବୃହତ୍ତର ସଂଖ୍ୟାର ହିସାବ ଖୁବ୍ ଶୀଘ୍ର ତଥା ସଠିକ୍ ରୂପେ ସମ୍ପାଦିତ କରିଦେଇପାରେ । କମ୍ପ୍ୟୁଟର ଭିତରେ ଯୁକ୍ତିଭିତ୍ତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ବଳିତ ବୈଦ୍ୟୁତିକ ପରିପଥମାନ ଥାଏ । ଗୋଟିଏ କମ୍ପ୍ୟୁଟର କେବଳ ଶବ୍ଦକୁ ନେଇ କାର୍ଯ୍ୟ କରେନାହିଁ । ଏହା ସଂଖ୍ୟାର ଭାଷା ଦ୍ୱାରା କାର୍ଯ୍ୟ କରିଥାଏ ଏବଂ କମ୍ପ୍ୟୁଟରର ଭାଷା 1 ଓ 0 ଏହି ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ । ଯେହେତୁ ଦ୍ୱିଭାଗୀୟ ବ୍ୟବସ୍ଥାରେ ଥାଏ ସେହେତୁ ସବୁ ସଂଖ୍ୟା 2 ର ଘାତାଙ୍କ ରୂପେ ସୂଚିତ ହୁଏ । ସ୍ଥାନୀୟମାନଗୁଡ଼ିକ ନିମ୍ନରେ ପ୍ରଦତ୍ତହେଲା :

$$2^8 \; 2^7 \; 2^6 \; 2^5 \; 2^4 \; 2^3 \; 2^2 \; 2^1 \; 2^0$$

ଉପରୋକ୍ତ ସ୍ଥାନୀୟମାନ ବ୍ୟବସ୍ଥା ଅନୁସାରେ 10 ଭିତ୍ତିକ ବ୍ୟବସ୍ଥାକୁ 2 ଆଧାର ବ୍ୟବସ୍ଥାରେ ରୂପାନ୍ତରିତ କରାଯାଇପାରିବ । ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ :

1	=	1
2	=	10
3	=	11
4	=	100
5	=	101
6	=	110
7	=	111
8	=	1,000
9	=	1,001
10	=	1,010 ଇତ୍ୟାଦି ।

କମ୍ପ୍ୟୁଟରେ ପରିପଥରେ 1 ହେଉଛି ମୁଦ୍ରିତ ପରିପଥ ଏବଂ '0' ହେଉଛି ମୁକ୍ତ ପରିପଥର ସଂକେତ । ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କୋଡ୍‌କୁ ପ୍ରୋଗ୍ରାମ ନାମକ ଏକ ପଦ୍ଧତିରେ କମ୍ପ୍ୟୁଟର ଭିତରକୁ ପଠାଯାଏ । କୋଡ୍ ମାଧ୍ୟମରେ କମ୍ପ୍ୟୁଟର ଭିତରେ ସାଧାରଣ ଭାଷା ସଂଖ୍ୟା ଭାଷାକୁ ବା ସଂଖ୍ୟାର ଭାଷା ସାଧାରଣ ଭାଷାକୁ ରୂପାନ୍ତରିତ ହୁଏ । ସଂସ୍ଥାପନ ସମୟରେ କମ୍ପ୍ୟୁଟର ଗୁଣନ ସମସ୍ୟାକୁ ଯୋଗରେ ଏବଂ ହରଣ ସମସ୍ୟାକୁ ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ପରିଣତ କରେ । ଏହା ଏକ ପ୍ରାକ୍ତନ ବ୍ୟବସ୍ଥା, ତେବେ କମ୍ପ୍ୟୁଟର ସାହାଯ୍ୟରେ ଯୋଗ ଓ ବିୟୋଗ ଏତେ ଦ୍ରୁତଗତିରେ ସମ୍ପାଦିତ ହୁଏ ଯେ ତାହା କଳ୍ପନାତୀତ । ସମ୍ପ୍ରତି ଉଚ୍ଚକ୍ଷମତା ସମ୍ପନ୍ନ କମ୍ପ୍ୟୁଟରର ସହାୟତାରେ ଶହ ଶହ ସମୀକରଣ ସମାଧାନ, ଚିତ୍ରାଙ୍କନ, ପୁସ୍ତକ ଛପା ଏପରିକି ଟିକେଟ୍ ସଂରକ୍ଷଣ ମଧ୍ୟ ସମ୍ଭବ ହୋଇପାରୁଛି । ଅତଏବ କମ୍ପ୍ୟୁଟର ଆଧୁନିକ ଜୀବନରେ ଏକ ପ୍ରମୁଖ ଅଙ୍ଗ ହୋଇପଡ଼ିଛି । ଏହା ମଧ୍ୟ କୁହାଯାଇପାରେ ଯେ ଆମେ ଏକ ଏବଂ ଶୂନ୍‌ର ପୃଥିବୀରେ ବାସ କରୁଛୁ ।

3

ଚଳରାଶି

ଗଣିତ ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନର ବିଭିନ୍ନ ପରିସ୍ଥିତି ସହିତ ସମ୍ପୃକ୍ତ । ପରିସ୍ଥିତିର ପ୍ରକୃତି ଅବଶ୍ୟ ବୈଚିତ୍ର୍ୟମୟ ।

ସାରାଦିନ ଆମେ ଅନେକ ଅଜ୍ଞାତ ବା ଚଳରାଶି ସଂସ୍ପର୍ଶରେ ଆସୁ । ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ ଯେତେବେଳେ ଆମେ ବସ୍ ଯାତ୍ରା କରୁ ସେତେବେଳେ ବସ୍‌ର ଗତି ପରିବର୍ତ୍ତିତହୋଇ ଚାଲିଥାଏ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଷ୍ଟପ୍‌ରେ ଯାତ୍ରୀ ସଂଖ୍ୟା ବଦଳୁ ଥାଏ ଏବଂ ତତ୍ ସହିତ କଣ୍ଡକ୍ଟର୍ ପକେଟ୍‌ରେ ପଇସା ମଧ୍ୟ ବଦଳି ଚାଲିଥାଏ । ତେଣୁ ଜୀବନ ଅନେକ ଚଳରାଶିରେ ସମୃଦ୍ଧ । ଜଣେ ବ୍ୟକ୍ତିର ମାସିକ ଖର୍ଚ୍ଚ, ବ୍ୟବସାୟରେ ଅର୍ଜିତ ଲାଭ, ଶସ୍ୟ ଉତ୍ପାଦନ, ବାର୍ଷିକ ବୃଷ୍ଟିପାତ, ବାୟୁମଣ୍ଡଳର ତାପମାତ୍ରା, ଗଛର ଉଚ୍ଚତା ଏପରିକି ଗୋଟିଏ ଦିନର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ପ୍ରଭୃତି ଚଳରାଶିର ନମୁନା ।

ଚଳରାଶିଗୁଡ଼ିକୁ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ରୂପେ ଚିହ୍ନିତ କରିବାର ଆବଶ୍ୟକତା ପ୍ରଥମେ ହିନ୍ଦୁ ଗଣିତଜ୍ଞମାନେ ଅନୁଭବ କରିଥିଲେ । ଖ୍ରୀ.ପୂ 300 ରେ ଏକ ପାଣ୍ଡୁଲିପିରେ ଗୋଟିଏ ଅଜଣା ରାଶିକୁ ସୂଚାଇବା ପାଇଁ "ଯାବତ୍-ତାବତ୍" ଶବ୍ଦ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଛି ଯାହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି "ଯେତେ ପରିମାଣର" । ପରବର୍ତ୍ତୀ ସମୟରେ ଗଣିତଜ୍ଞମାନେ ଯାବତ୍-ତାବତ୍ ଶବ୍ଦ ପରିବର୍ତ୍ତେ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି ପାଇଁ ଅବ୍ୟକ୍ତ ଶବ୍ଦର ବ୍ୟବହାର କଲେ (ଏହା ହେଉଛି ବ୍ୟକ୍ତର ବିପରୀତ ଯାହାର ଅର୍ଥ ଜ୍ଞାତ ରାଶି) ।

ନିକଟରେ କେତେକ ଆବିଷ୍କାରରୁ ଜଣାପଡ଼ିଛି ଯେ ବେବିଲୋନୀୟମାନେ ଚଳରାଶି ସହାୟତାରେ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ କରୁଥିଲେ ଯଦିଓ ସେଥିପାଇଁ ସେମାନଙ୍କ ନିକଟରେ କୌଣସି ପ୍ରତୀକ ନଥିଲା । ଏହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ସୂଚାଇବା ନିମନ୍ତେ ସେମାନେ କେବଳ ଶବ୍ଦର ବ୍ୟବହାର କରୁଥିଲେ । ତେଣୁ ସେମାନଙ୍କର ବୀଜଗଣିତକୁ ଆଳଙ୍କାରିକ ବୀଜଗଣିତ କୁହାଯାଉଥିଲା । ଖ୍ରୀ.ପୂ 1600 ରେ ରଚିତ ଇଜିପ୍ଟର ପ୍ୟାରିସ୍‌ରେ ଅନେକ ବୀଜଗାଣିତିକ ସମସ୍ୟା ଅଛି ଯେଉଁଥିରେ ଅଜ୍ଞାତକୁ "ହାଉ" ରୂପେ ସୂଚିତ କରାଯାଇଛି ଯାହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଗଦାଏ ।

ପ୍ରଥମ ଆର୍ଯ୍ୟଭଟ, ବ୍ରହ୍ମଗୁପ୍ତ ଓ ଦ୍ୱିତୀୟ ଭାସ୍କରାଚାର୍ଯ୍ୟ ପ୍ରଭୃତି ପ୍ରସିଦ୍ଧ ହିନ୍ଦୁ ଗଣିତଜ୍ଞମାନେ ବୀଜଗଣିତରେ ପ୍ରବର୍ତ୍ତନ ଓ ଶୁଦ୍ଧିକରଣ ଦିଗରେ ଅନେକ କାର୍ଯ୍ୟ କରିଥିଲେ । ବୀଜଗଣିତକୁ ଚଳରାଶିର ଗଣିତ ରୂପେ ନିଆଯାଉଥିଲା । ଅବଶ୍ୟ ଏହାକୁ ଅର୍ଥ ଦୃଷ୍ଟିରୁ "ଅକ୍ଷରମାନଙ୍କର ଗଣିତ" ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

ତୃତୀୟ ଶତାବ୍ଦୀର ଗ୍ରୀକ୍ ଗଣିତଜ୍ଞ ଡାୟୋଫାଣ୍ଟସ୍‌ଙ୍କ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ ବିଶେଷ କିଛି ଅଗ୍ରଗତି ସମ୍ଭବ ହୋଇନଥିଲା । ସେ ସମସ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଏକ ପ୍ରତୀକ ସିଗ୍‌ମା (Σ) ପ୍ରୟୋଗ ଦ୍ୱାରା ସଂକ୍ଷିପ୍ତକରି ସମୀକରଣରେ ପରିଣତ କରିଦେଲେ । ସେ ସଂକ୍ଷିପ୍ତୀକରଣର ଏକ ଚମତ୍କାର ଉପାୟ ବାହାରକଲେ ଯେଉଁଥିରେ କେବଳ ଶବ୍ଦର ପ୍ରଥମ ଅକ୍ଷରକୁ ବ୍ୟବହାର କରାଗଲା ଏବଂ ଅନ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ବାଦ୍ ଦିଆଗଲା । ଫରାସୀ ଗଣିତଜ୍ଞ ଫ୍ରାଙ୍କୋଇସ୍ ଭିଏଟା a, e, i, o, u ଇତ୍ୟାଦି ସ୍ୱରବର୍ଣ୍ଣଗୁଡ଼ିକୁ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିପାଇଁ ବ୍ୟବବହାରକଲେ ଏବଂ ସ୍ଥିର ମୂଲ୍ୟ ସମ୍ପନ୍ନ ରାଶି b, c, d, f, g ଇତ୍ୟାଦି ବ୍ୟଞ୍ଜନବର୍ଣ୍ଣଗୁଡ଼ିକୁ ବ୍ୟବହାର କଲେ । ଷୋଡ଼ଶ ଶତାବ୍ଦୀର ବିଶିଷ୍ଟ ଫରାସୀ ଦାର୍ଶନିକ ରେନେଦେସ୍‌କାର୍ଟେସ୍ ସ୍ଥିର ମୂଲ୍ୟ ସମ୍ପନ୍ନ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ a, b, c ଇତ୍ୟାଦି ଅକ୍ଷରସବୁ ବ୍ୟବହାର କରିବାକୁ ପ୍ରସ୍ତାବ ଦେଲେ । କୌଣସି ସମସ୍ୟାରେ ଚଳରାଶି ବା ଅଜ୍ଞାତରାଶିକୁ ସୂଚିତ କରିବାପାଇଁ ଅକ୍ଷରଗୁଡ଼ିକର ବ୍ୟବହାର ହେବା ଦିନୁ ପାଟୀଗଣିତରେ ମୌଳିକ ରୂପ ସରଳ ହେଲା ଏବଂ ଗଣିତର ପ୍ରଗତି ପାଇଁ ପଥ ପରିଷ୍କାର ହେଲା ।

ବୀଜଗଣିତ ବା ଆଲଜେବ୍ରା ଶବ୍ଦଟି ମହମ୍ମଦ ଇବନ୍ ମୋସା-ଅଲ୍‌କାଓ୍ୱାରିଜିମି ନାମକ ଊନବିଂଶ ଶତାବ୍ଦୀର ଜଣେ ପାରସ୍ୟବାସୀଙ୍କ ରଚିତ ଏକ ପୁସ୍ତକରୁ ସୃଷ୍ଟ । ସେ ପାର୍ସି ଭାଷାରେ ଏକ ବହି ଲେଖିଥିଲେ ଯାହାର ଅର୍ଥ ଥିଲା "ଆଲଜେବର୍ ଓ୍ୱାଲ ବା ମୁକାଓ୍ୱଲା" ଅର୍ଥାତ୍ "ପୁନଃ ସ୍ଥାପନ ଓ ହ୍ରାସ" । ଆଲଜେବର୍ ବା ପୁନଃସ୍ଥାପନର ଅର୍ଥ ଥିଲା ବିଯୁକ୍ତାତ୍ମକ ପଦକୁ ଅନ୍ୟ ପାଖକୁ ନେବା ଏବଂ ସମୀକରଣରେ ତାହାକୁ ଯୁକ୍ତାତ୍ମକ ରୂପ ଦେବା । ଯେତେବେଳେ ଆରବୀୟମାନେ ସ୍ପେନ୍‌କୁ ଆସିଲେ ସାଙ୍ଗରେ ଏହି ଶବ୍ଦଟି ଧରି ଆସିଲେ । କାଳକ୍ରମେ "ଆଲଜେବର୍" ଶବ୍ଦ "ଆଲ୍‌ଜେବ୍ରା"ରେ ପରିଣତ ହେଲା ଏବଂ ଗୋଟିଏ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପ୍ରକ୍ରିୟା ପରିବର୍ତ୍ତେ ବୀଜଗଣିତ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ଅନେକ ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ସୂଚାଇଲା ।

ଗାଣିତିକ ଧାରା ସମୂହ

ବୀଜଗଣିତର ସବୁଠୁ ବଡ଼ କାମ ହେଉଛି ଗୋଟିଏ ଧାରାକୁ ସାଧାରଣ ରୂପ ଦେବା । ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ ପାଟୀଗଣିତର ଯୋଗକ୍ରିୟାକୁ ବିଚାରକୁ ନିଆଯାଉ ।

$$3+4 = 7 = 4+3$$
$$5+10 = 15 = 10+5$$
$$6+7 = 13 = 7+6$$ ଏବଂ ଏହିପରି ଅନେକ ।

ମଝିରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାକୁ ବାଦ୍ ଦେଲେ

$$3+4 = 4+3$$
$$5+10 = 10+5$$
$$6-7 \quad 7-6$$

ଉପରୋକ୍ତ ପ୍ରକାଶ ଭଙ୍ଗୀରେ ସଂଖ୍ୟା ପରିବର୍ତ୍ତେ ଯଦି ଆମେ ଅକ୍ଷର ବ୍ୟବହାର କରୁ ତେବେ ତା'ର ରୂପ ହେବ, $a + b = b + a$ । ଏହି ଗୋଟିଏ ଧାଡ଼ି ମାଧ୍ୟମରେ ଉପରୋକ୍ତ ଅନେକ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଧାଡ଼ି ସହଜରେ ସୂଚିତ ହୋଇପାରିବ । ଏହି ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଯୋଗକ୍ରିୟାର ଏକ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ପ୍ରକୃତିକୁ ସ୍ପଷ୍ଟଭାବେ ସୂଚିତ କରେ । ସେହି ପ୍ରକୃତିଟି ହେଉଛି ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର କ୍ରମ ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେଲେ ମଧ୍ୟ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ସର୍ବଦା ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ରହେ । ଯୋଗ କ୍ରିୟାର ଏହି ପ୍ରକୃତିକୁ ଯୋଗର କ୍ରମବିନିମୟୀ ନିୟମ ରୂପେ ଅଭିହିତ କରାଯାଏ । ଦୈନନ୍ଦିନ ହିସାବପତ୍ରରେ ବ୍ୟବହୃତ ହେଉଥିବା ଯୋଗ ଏବଂ ଗୁଣନର କେତେକ ପ୍ରମୁଖ ନିୟମ ନିମ୍ନରେ ପ୍ରଦତ୍ତ ହେଲା । ଏହି ପରିପ୍ରକାଶରେ a, b, c ଯେ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟା ରୂପେ ଗୃହୀତ ହୋଇଛି ।

$a + b = b + a$	ଯୋଗର କ୍ରମବିନିମୟୀ ନିୟମ
$(a + b) + c = a + (b + c)$	ଯୋଗର ସହଯୋଗୀ ନିୟମ
$a \times b = b \times a$	ଗୁଣନର କ୍ରମବିନିମୟୀ ନିୟମ
$(a \times b)\ c = a \times (b \times c)$	ଗୁଣନର ସହଯୋଗୀ ନିୟମ
$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$	ଗୁଣନର ବଣ୍ଟନ ନିୟମ

ପୂର୍ବରୁ ଆଲୋଚିତ ହୋଇଛି ଯେ 'ଶୂନ୍'ର ଆବିଷ୍କାର ଏବଂ ଏହାର ପ୍ରକୃତିଗୁଡ଼ିକର ଭୂମିକା ଗଣିତର ଇତିହାସରେ ଖୁବ୍ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ । ଆର୍ଯ୍ୟଭଟ୍ଟ ଏବଂ ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ହିନ୍ଦୁ ଗଣିତଜ୍ଞମାନେ ଶୂନର କୌତୂହଳପ୍ରଦ ପ୍ରକୃତିଗୁଡ଼ିକର ଅଧ୍ୟୟନ କରିଥିଲେ । ଅବଶ୍ୟ ସେମାନେ ଏହି ପ୍ରକୃତିଗୁଡ଼ିକ ମୌଖିକଭାବେ ପଦ୍ୟ ଆକାରରେ ଉପସ୍ଥାପନ କରିଥିଲେ । ସେହି ଧରଣର ଉପସ୍ଥାପନା ଶୈଳୀ ତତ୍କାଳୀନ ଭାରତରେ ପ୍ରଚଳିତ ଥିଲା । ଆଧୁନିକ କାଳରେ ସେହି ପ୍ରକୃତିଗୁଡ଼ିକ ହେଲା :

$a + 0 = 0 + a = a$

$a \times 0 = 0 \times a = 0$

$a - 0 = a$

$a \div 0$ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇପାରିବ ନାହିଁ ।

ତେବେ ଶୂନ୍ ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜନ କରିବା ସମ୍ବନ୍ଧରେ ସେମାନଙ୍କର ଧାରଣା ବିଶେଷ ସ୍ପଷ୍ଟ ନଥିଲା ।

ଏବେ ଦେଖିବା ଏହି ନିୟମଗୁଡ଼ିକ ଆମକୁ ଆମର ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ କିପରି ସହାୟତା କରୁଛି । ଅର୍ଥ ଆଦାନ ପ୍ରଦାନର ହିସାବ ରଖିବା ଏକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ କାର୍ଯ୍ୟ । ମନେକର 50 ଟଙ୍କା, 100 ଟଙ୍କା, 45 ଟଙ୍କା ଏବଂ 40 ଟଙ୍କାକୁ ଯୋଗ କରିବାକୁ ହେବ ଅର୍ଥାତ୍ $(50 + 100 + 45 + 40)$ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ହେବ । ଏହି ଯୋଗପ୍ରକ୍ରିୟା ନିମ୍ନମତେ ଅନୁଷ୍ଠିତ ହେବ :

$$50 + 100 + 45 + 40 = (50 + 100) + 45 + 40$$

$$= (150+45)+40$$
$$= 195+40$$
$$= 235$$

ତେବେ ଯୋଗକ୍ରିୟା ନିମ୍ନମତେ ସଂପାଦିତ ହେଲେ ମଧ୍ୟ କିଛି ଅସୁବିଧା ନାହିଁ :

$$50+100+45+40 = 50+100+(45+40)$$
$$= 50+(100+85)$$
$$= 50+185$$
$$= 235$$

ତେଣୁ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ଯୋଗକ୍ରିୟା ଯେ କୌଣସି କ୍ରମରେ ସଂପାଦିତ ହୋଇପାରିବ । ଏଠାରେ ଉଭୟ କ୍ରମବିନିମୟୀ ଏବଂ ସହଯୋଗୀ ନିୟମ ଦ୍ୱୟ ସ୍ୱତଃ ଆମର ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ବ୍ୟବହୃତ ହେଉଥିବାର ସୂଚନା ମିଳେ । ଗୁଣନ କ୍ଷେତ୍ରରେ ମଧ୍ୟ ଅବସ୍ଥା ସମାନ । 5×17 ର ଗୁଣଫଳ 17×5 ସହ ସମାନ ତେବେ ଦ୍ୱିତୀୟ ଗୁଣନର ଫଳ ଗୁଣନ ଖନ୍ଦାରୁ ମିଳିପାରିବ । $12 \times 5 \times 2$ ର ଗୁଣଫଳ ନିମ୍ନମତେ ପ୍ରକାଶିତ ହୁଏ ।

$$12 \times 5 \times 2 = (12 \times 5) \times 2$$
$$= 60 \times 2$$
$$= 120$$
$$= 12 \times (5 \times 2) = 12 \times 10 = 120$$

ବେଳେବେଳେ ଏକ କଠିନ ଗୁଣନ କ୍ରିୟାର ସଂପାଦନ ନିମନ୍ତେ ଏହା ସାହାଯ୍ୟ କରେ । ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ $137 \times (5 \times 2)$ ଅର୍ଥାତ୍ 137×10 ର ଫଳାଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ $(137 \times 5) \times 2$ ର ଫଳାଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ଠାରୁ ସହଜ । ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ସହ ଗୁଣନବେଳେ ଗୁଣନର ବିତରଣୀ ନିୟମର ସହାୟତା ନିଆଯାଏ [$a(b+c) = ab+ac$] । ଏହି ଅନୁସାରେ 256×7 ର ଫଳ ନିମ୍ନମତେ ନିର୍ଣ୍ଣିତ ହୁଏ :

$$(256 \times 7) = (200+50+6) \times 7$$
$$= 1400+350+42$$
$$= 1792$$

ବାସ୍ତବ କ୍ଷେତ୍ରରେ ପ୍ରାଥମିକ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ବା ମୌଖିକ ଭାବେ 10 ବା 100 ଶ୍ରେଣୀ ଭିତିରେ ଗ୍ରହଣକରି ପ୍ରତ୍ୟେକ ସୋପାନର ଗୁଣନକ୍ରିୟା ସଂପାଦନ କରାଯାଏ । ଏହି ନିୟମର ଆମ ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନ ସହ ଘନିଷ୍ଠ ସମ୍ବନ୍ଧ ଅଛି ।

ସମାନତା ସମ୍ବନ୍ଧ

ଗୋଟିଏ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶର ଅକ୍ଷରଗୁଡ଼ିକ ଯେତେବେଳେ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ବିସ୍ଥାପିତ ହୁଅନ୍ତି ସେତେବେଳେ ପରିପ୍ରକାଶର ଏକ ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଦ୍ଧାରିତ ହୁଏ । ସମୟ ସମୟରେ ଦୁଇଟି ପରିପ୍ରକାଶର ମୂଲ୍ୟ ମଧ୍ୟ ସମାନ ହୋଇପାରେ । ଏ ପ୍ରକାରର ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡ଼ିକୁ ସମମୂଲ୍ୟ ସମ୍ପନ୍ନ କୁହାଯାଏ । ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଦୁଇଟି ପରିପ୍ରକାଶ ଭିତରେ ଥିବା ସମ୍ବନ୍ଧକୁ ସମାନତା ସମ୍ବନ୍ଧ କୁହାଯାଏ । ଏହି ସମ୍ବନ୍ଧ ଏକ ସମୀକରଣ ମାଧ୍ୟମରେ ସୂଚିତ ହୁଏ । ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ $a \times (b + c)$ ଏବଂ $a \times b + a \times c$ ଦୁଇଟି ସମ ମୂଲ୍ୟ ସମ୍ପନ୍ନ ପରିପ୍ରକାଶ ।

ମନେକର $a = 2, b = 3, c = 4$ ହେଉ

ଅତଏବ $a \times (b + c) = 2 \times (3 + 4)$

$= 2 \times 7$

$= 14$

ଏବଂ $a \times b + a \times c = 2 \times 3 + 2 \times 4$

$= 6 + 8$

$= 14$

ତେଣୁ ଉପରୋକ୍ତ ସମ୍ବନ୍ଧ ଯଥାର୍ଥ ଅର୍ଥାତ୍ $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$.

ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରେ ସମ ମୂଲ୍ୟ ସମ୍ପନ୍ନ ପରିପ୍ରକାଶ ଅଛି । ଗଣିତ ଏବଂ ବିଜ୍ଞାନର ଅଧ୍ୟୟନ ପରି ସେଗୁଡ଼ିକ ଆମ ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନସହ ଜଡ଼ିତ । ନିମ୍ନୋକ୍ତ ସମସ୍ୟାଟି ବିଚାରକୁ ନିଆଯାଉ । ଗୋଟିଏ ଫୁଟବଲ କ୍ଲବ୍‌ରେ ଜଣ 3 ନୂତନ ସଭ୍ୟ ଯୋଗ ଦେଇଥିଲେ । ମାସକପରେ ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଅଧେ ଚାଲିଗଲେ । ଯେତେବେଳେ ଦୁଇମାସ ପରେ 10 ଜଣ ସଭ୍ୟ କ୍ଲବ୍‌ରେ ଯୋଗଦେଲେ ସଭ୍ୟସଂଖ୍ୟା ମୂଳ ସଭ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା ସହ ସମାନ ହେଲେ । ମୂଳରୁ କେତେଜଣ ସଭ୍ୟ ଥିଲେ ?

ମନେକର ପ୍ରଥମରୁ x ଜଣ ସଭ୍ୟ ଥିଲେ । ତିନିଜଣ ଯୋଗଦେଲା ପରେ କ୍ଲବ୍‌ର ସଂଖ୍ୟା ହେଲା $x + 3$ । ସେଥିରୁ ଅଧେ ଚାଲିଗଲା ପରେ $\frac{x+3}{2}$ ଜଣ ସଭ୍ୟ ରହିଲେ । ପୁଣି 10 ଜଣ ସଭ୍ୟ କ୍ଲବ୍‌ରେ ଯୋଗ ଦେବାରୁ ସଭ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା ହେଲା $\left(\frac{x+3}{2} + 10\right)$, ଏହା x ସହ ସମାନ । ଅତଏବ

$$\frac{x+3}{2} + 10 = x$$

$$2\left[\frac{x+3}{2} + 10\right] = 2x$$

$$\therefore x + 3 + 20 = 2x$$

$$\therefore x + 23 = 2x$$

$$\therefore x + 23 - x = 2x - x$$

$$23 = x$$

ଅତଏବ ପ୍ରଥମରୁ କ୍ଲବର ସଭ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା ଥିଲା 23 ।

ସମୀକରଣ ବ୍ୟବସ୍ଥା

ଭାସ୍କରାଚାର୍ଯ୍ୟ ତାଙ୍କର ବିଖ୍ୟାତ ପୁସ୍ତକ ଲୀଳାବତୀରେ ନିମ୍ନୋକ୍ତ ସମସ୍ୟା ଉପସ୍ଥାପନ କରିଛନ୍ତି । "ଛାତ୍ରମାନେ ! କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟର ଯୋଗଫଳ 101 ଏବଂ ବିୟୋଗଫଳ 25 ଯଦି ଜାଣିଛ ମୋତେ କୁହ ।" ସମୀକରଣ ପ୍ରୟୋଗକରି ଏହି ସମୀକରଣର ସମାଧାନ ଚେଷ୍ଟାକରିବା । ମନେକର ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟ x ଏବଂ y । ତେଣୁ

	$x + y$	$=$	101
ଏବଂ	$x - y$	$=$	25
	$(x + y) + (x - y)$	$=$	$101 + 25$
	$2x$	$=$	126
	x	$=$	63
ବର୍ତ୍ତମାନ	$x + y$	$=$	101
ଅର୍ଥାତ୍	$63 + y$	$=$	101
	y	$=$	$101 - 63$
	y	$=$	38

ଅତଏବ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟ 63 ଏବଂ 38 ।

କ୍ରମ

ଦୁଇ ବନ୍ଧୁ କଥା ହେଉଥିଲେ । ଜଣେ ଆଉ ଜଣକୁ କହିଲା "ମୁଁ ମାସକ ପାଇଁ ପ୍ରଥମଦିନ ତୋତେ ଏକହଜାର, ଦ୍ୱିତୀୟଦିନ ଦୁଇହଜାର ଓ ତୃତୀୟଦିନ ତିନିହଜାର ଏହିଭଳି ଲେଖାଏଁ ଟଙ୍କା ଦେବି । ପ୍ରତିବଦଳରେ ତୁ ପ୍ରଥମ ଦିନ ମୋତେ ଏକ ପଇସା ଏବଂ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଦିନଗୁଡ଼ିକରେ ଦୁଇଗୁଣ ବର୍ଦ୍ଧିତ ହାରରେ ପଇସା ଦେବୁ ।" ବନ୍ଧୁ ଜଣକ ଏ ପ୍ରସ୍ତାବ ସାଦରେ ଗ୍ରହଣ କଲା । କିନ୍ତୁ ପରେ ସେ ଅନୁତାପ କଲା । ଅନୁମାନ କରିପାରୁଛ କାହିଁକି ?

ଆସ ଦେଖିବା ସେ ଦୁହେଁ ପ୍ରତ୍ୟେହ କେତେ ଲେଖାଏଁ ପାଇଲେ ।

ଦିନ	A (ଟଙ୍କା)	B (ଟଙ୍କା)
1	1,000	.01
2	2,000	.02
3	3,000	.04
4	4,000	.08
5	5,000	.16
6	6,000	.32

ଦିନ	A (ଟଙ୍କା)	B (ଟଙ୍କା)
7	7,000	.64
8	8,000	1.28
9	9,000	2.56
10	10,000	5.12
11	11,000	10.24
12	12,000	20.48
13	13,000	40.96
14	14,000	81.92
15	15,000	163.84
16	16,000	327.68
17	17,000	655.36
18	18,000	1310.72
19	19,000	2621.44
20	20,000	5242.88
21	21,000	10485.76
22	22,000	20971.52
23	23,000	41943.04
24	24,000	83886.08

ବର୍ତ୍ତମାନ ତୁମେ ଜାଣିପାରୁଛ କି କାହିଁକି A କୁ ଅନୁତାପ କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ ? 23 ତମ ଦିନ B ଠାରୁ ପାଇଥିବା ଟଙ୍କାର ପ୍ରାୟ ଦୁଇଗୁଣ ତାକୁ ଦେବାକୁ ପଡ଼ିବ ।

ତୁମେ କହିପାରିବ କି ମାତ୍ର ଏକ ପଇସାରୁ ଆରମ୍ଭକରି B କିପରି A କୁ ଅତିକ୍ରମ କରିଯାଇପାରିଲା ? ବର୍ତ୍ତମାନ ଦେଖିବା ସଂଖ୍ୟାର ବୃଦ୍ଧି ହେଲା କିପରି ?

	ପ୍ରଥମଦିନ	ଦ୍ୱିତୀୟଦିନ	ତୃତୀୟଦିନ	ଚତୁର୍ଥଦିନ
A ପାଇଁ	1,000	2,000	3,000	4,000.....................
ଅର୍ଥାତ୍	1,000	1000 + 1000	2000 + 1000	3000 + 1000.............
B ପାଇଁ	0.01	0.02	0.04	0.08..............
ଅର୍ଥାତ୍	0.01	0.01 × 2	0.02 × 2	0.04 × 2.....................

ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ଏକ କ୍ରମରେ ଅଛନ୍ତି ଏବଂ ଏକ ବ୍ୟବସ୍ଥିତ ଉପାୟରେ ବୃଦ୍ଧି ପାଉଛନ୍ତି । ପ୍ରଥମ କ୍ରମରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟା ତା'ର ପୂର୍ବ ସଂଖ୍ୟା ଠାରୁ 1,000 ବଡ଼ । ଦ୍ୱିତୀୟ କ୍ରମରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟା ତା'ର ପୂର୍ବ ସଂଖ୍ୟାର ଦୁଇଗୁଣ । ଏକଥା ସ୍ପଷ୍ଟ ପରିଲକ୍ଷିତ ହେଉଛି ଯେ ଯୋଗ କ୍ଷେତ୍ରରେ କ୍ରମର ଗତି ମନ୍ଥର ଏବଂ ଗୁଣନ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଦ୍ରୁତ । ପ୍ରଥମ ପ୍ରକାରର କ୍ରମକୁ ସମାନ୍ତର ପ୍ରଗତି (A.P) ଏବଂ ଦ୍ୱିତୀୟ ପ୍ରକାରର କ୍ରମକୁ ଗୁଣୋତ୍ତର ପ୍ରଗତି (G.P) କୁହାଯାଏ । କ୍ରମର ଅଧ୍ୟୟନ ବୀଜଗଣିତ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଖୁବ୍ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ।

ଶ୍ରେଣୀ : କ୍ରମର ପଦମାନଙ୍କର ଯୋଗ

ଗୋଟିଏ ସାଧାରଣ ଶ୍ରେଣୀରେ ଜଣେ ଶିକ୍ଷକ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କୁ 1 ଠାରୁ 100 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସମସ୍ତ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ କହିଲେ । ସେ ନିଶ୍ଚିତ ଥିଲେ ଯେ ତାଙ୍କୁ କିଛି ସମୟ ବିଶ୍ରାମ ମିଳିଗଲା । କିନ୍ତୁ ସେ ଆଶ୍ଚର୍ଯ୍ୟ ହେଲେ । ପ୍ରଶ୍ନଟି ଡାକିସାରିବା ମାତ୍ରେ ଜଣେ ବାଳକ ତା' ସ୍ଲେଟ୍‌ରେ ଉତ୍ତର ଲେଖି ଓଲଟାଇ ରଖିଲା । ଶିକ୍ଷକ ବାଳକଟିକୁ ଉତ୍ତର ଦେଖାଇବାକୁ କହିଲେ । ଉତ୍ତର ଥିଲା 5,050 ଯାହା ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଠିକ୍ । ସେ ବାଳକ ଜଣକ ଥିଲେ ଫ୍ରେଡ୍‌ରିକ୍ ଗସ୍ ଯିଏ କି ଭବିଷ୍ୟତରେ ଜଣେ ବିଖ୍ୟାତ ଗଣିତଜ୍ଞ ରୂପେ ପରିଚିତ ହେଲେ । ସବୁ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଗକରିବା ପରିବର୍ତ୍ତେ ସେ ଦେଖିଲେ ଯେ (1+100), (2+99), (3+98)............. ଏହିପରି 50 ଯୋଡ଼ା 101 ଅଛି । ତେଣୁ ଆବଶ୍ୟକ ଯୋଗଫଳ ହେଲା $50 \times 101 = 5050$ । ଏହା ହେଉଛି ଏକ ସମାନ୍ତର ପ୍ରଗତିର ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଗ କରିବାର ଉପାୟ । ପ୍ରଥମ ପଦ a ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର d ଏବଂ ପଦ ସଂଖ୍ୟା n ଥିବା ଗୋଟିଏ ସମାନ୍ତର ପ୍ରଗତିର ଯୋଗଫଳ

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

ଯଦି ଆମେ $a = 1, d = 1$ ଏବଂ $n = 100$ ନେବା

ତେବେ $$S_{100} = \frac{100}{2}[2+99] = 50 \times 101 = 5050$$

ଗସ୍ ତାଙ୍କର ପ୍ରତିଭା ବଳରେ ତତ୍‌କ୍ଷଣାତ୍ ଏହି ସୂତ୍ର ଉଦ୍ଭାବନ କରିପାରିଲେ ।

ପ୍ରଥମ ପଦ a, ସାଧାରଣ ଅନୁପାତ r ଓ ପଦ ସଂଖ୍ୟା n ଥିବା ଗୋଟିଏ ଗୁଣୋତ୍ତର ପ୍ରଗତିର ଯୋଗଫଳ

$$S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$$

ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ହିସାବ କରିପାରିବା ଉଭୟ ବନ୍ଧୁ A ଏବଂ B ମାସ ଶେଷରେ କେତେ ପାଇଲେ । A ପାଇଥିବା ଅର୍ଥର ପରିମାଣ

$$S_n = \frac{30}{2}[2 \times 1000 + (30-1)\,1{,}000]$$
$$= 15[2000 + 29000]$$
$$= 15 \times 31{,}000$$
$$= 465\,000 \text{ ବା } 465000 \text{ ଟଙ୍କା}$$

B ପାଇଥିବା ଅର୍ଥର ପରିମାଣ

$$S_n = \frac{1(2^{30}-1)}{(2-1)}$$
$$= 2^{30}-1$$
$$= 1073741823 \text{ ପଇସା ବା ଟ. } 1{,}07{,}37{,}418.23$$

ବାସ୍ତବ ଜୀବନରେ ଗଣିତ

ଗଣିତ ଏକ ଦର୍ପଣ ଯେଉଁଥିରେ ଜୀବନ ପ୍ରତିଫଳିତ ହୋଇଥାଏ । ଏକ ବାସ୍ତବ ସମସ୍ୟା ସାମ୍ନା କରୁଥିବା ଜଣେ ଗଣିତଜ୍ଞ ଜୀବନର ଗାଣିତିକ ବିମ୍ବ ନେଇ ଆଲିସ୍‌ର ଅଜବ ଦେଶରେ ପ୍ରବେଶ କରେ । ଦର୍ପଣର ସମସ୍ୟା ସମାଧାନକରି ବାସ୍ତବ ଜୀବନକୁ ବାସ୍ତବ ଉତ୍ତର ନେଇ ଫେରେ । ବର୍ତ୍ତମାନ ଏକ ସରଳ ସମସ୍ୟା ବିଚାରକୁ ନେଇ ଦେଖିବା ତାହା କିପରି ଗଣିତ ଦ୍ୱାରା ସମାହିତ ହେଉଛି ।

ଛାତ୍ରାବାସରେ ଛାତ୍ର ସଂଖ୍ୟା 12 ରୁ 16 କୁ ବୃଦ୍ଧି ପାଇବାରୁ ଛାତ୍ର ପିଛା ମାସିକଦେୟ 7000 ଟଙ୍କାରୁ 9000 ଟଙ୍କାକୁ ବୃଦ୍ଧି ପାଇଲା । ଛାତ୍ରାବାସ ତରଫରୁ ମାସିକ କିଛି ଟଙ୍କା ଘରଭଡ଼ା ବାବଦରେ ଏବଂ ଆଉ ଯାହା ବଳିଲା ତାହା ଛାତ୍ରମାନଙ୍କ ଖାଇବା ବାବଦରେ ଖର୍ଚ୍ଚ ହେଉଥିଲା । ଛାତ୍ର ପିଛା ଘରଭଡ଼ା ଏବଂ ଖର୍ଚ୍ଚ କେତେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଉପରୋକ୍ତ ସମସ୍ୟାକୁ ଗାଣିତିକ ରୂପଦେବା ନିମନ୍ତେ ରାଶିଗୁଡ଼ିକୁ ଅକ୍ଷର ସାହାଯ୍ୟରେ ସୂଚିତ କରାଯାଉ । ମନେକର ଛାତ୍ରସଂଖ୍ୟା M, ଜଣ ପିଛା ଖର୍ଚ୍ଚ A, ଘରଭଡ଼ା R ଏବଂ ସମୁଦାୟ ମାସିକ ଖର୍ଚ୍ଚ E ହେଉ । ତାହାହେଲେ

$$E = M \times A + R$$

ପ୍ରଦତ୍ତ ସର୍ତ୍ତ ଅନୁସାରେ M ଏବଂ E ର ମୂଲ୍ୟ ପ୍ରୟୋଗକଲେ

$$7000 = 12A + R \quad \ldots\ldots(1)$$

$$9000 = 16A + R \quad \ldots\ldots(2)$$

ବର୍ତ୍ତମାନ ଉପରୋକ୍ତ ସମୀକରଣ ଦ୍ୱୟର ସମାଧାନ ଏକ ଗାଣିତିକ ସମସ୍ୟା । (2) ରୁ (1) ବିୟୋଗ କଲେ, ଆମେ ପାଉ

$$2000 = 4A$$

$$A = 500$$

ସମୀକରଣ (1) ରେ A ର ମୂଲ୍ୟ ବସାଇଲେ,

$$7000 = 6000 + R$$

$$R = 1000$$

ଏହିଠାରେ ସମସ୍ୟାର ଗାଣିତିକ ଦିଗ ଶେଷ ହେଲା । ବର୍ତ୍ତମାନ ଏହି ଫଳାଫଳକୁ ଆମେ ବାସ୍ତବ ଜୀବନ ସହ ତଉଲିବା । ଆମେ ଉପସଂହାରରେ ପହଞ୍ଚିବା ଯେ ଜଣ ପିଛା ମାସିକ ଖର୍ଚ୍ଚ 500 ଟଙ୍କା ଏବଂ ଘରଭଡ଼ା 1000 ଟଙ୍କା ।

ଉପରୋକ୍ତ ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ ନିମନ୍ତେ ଆମେ ବିଭିନ୍ନ ରାଶିକୁ ଅକ୍ଷର ମାଧ୍ୟମରେ ସୂଚିତ କରୁ ଏବଂ ନିମ୍ନୋକ୍ତ ସମୀକରଣ ପାଉ

$$E = M \times A + R$$

ଏହା ସମସ୍ୟାର ଏକ ଗାଣିତିକ ନମୁନା । ଏହି ପଦ୍ଧତିକୁ ଗାଣିତିକ ନମୁନାୟନ କୁହାଯାଏ ଯାହା ମାଧ୍ୟମରେ ବାସ୍ତବ ଜୀବନର ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ ସହଜ ହୁଏ । ଏବେ କମ୍ପ୍ୟୁଟର ସହାୟତାରେ ଅନେକ ଗାଣିତିକ ନମୁନା ପ୍ରସ୍ତୁତ କରାଯାଇ ପାଗ ବିଜ୍ଞାନ, ନଭୋ - ବିଜ୍ଞାନ, ଜଳଚଳତ୍ ବିଜ୍ଞାନ, ଆଣବିକ ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନ, ସମାଜ ବିଜ୍ଞାନ ଯଥା- ଅର୍ଥନୀତି, ସମାଜ ବିଦ୍ୟା ଓ ଯୋଗାଯୋଗ ଇତ୍ୟାଦି କ୍ଷେତ୍ରରେ ଦେଖା ଦେଉଥିବା ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ ନିମନ୍ତେ ଉପଯୋଗୀ ନମୁନାଟି ଗ୍ରହଣ କରାଯାଉଛି ।

4

ଅନୁପାତ : ବିଭିନ୍ନ ଜିନିଷର ତୁଳନା

ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ଅନେକ ସମୟରେ ଆମେ ଦୁଇଟି ଜିନିଷର ତୁଳନା କରୁ । ସାଧାରଣତଃ ଗୋଟିଏ ଜିନିଷ କିଣିବାବେଳେ ବା ଦୁଇଟି ବୃତ୍ତିରୁ ଗୋଟିକୁ ପସନ୍ଦ କଲାବେଳେ ଏପରି ତୁଳନା ସଂଘଟିତ ହୋଇଥାଏ । କଲିକତା ବମ୍ବେ ଠାରୁ ବଡ଼, ସୁଭାଷ ସତୀଶ ଠାରୁ ବଳବାନ୍, ଗଣିତରେ କଳ୍ପନା କବିତା ଠାରୁ ଉନ୍ନତ ଇତ୍ୟାଦି ତୁଳନା ସାଧାରଣତଃ ପରିଦୃଷ୍ଟ ହୁଏ । ତେବେ ଏ ପ୍ରକାରର ବକ୍ତବ୍ୟ ଗୁରୁତ୍ୱହୀନ । ଏଥିରୁ କେତେ ବଡ଼, କେତେ ବଳବାନ୍ ଇତ୍ୟାଦି ଅନୁମାନ କରାଯାଇପାରେ ନାହିଁ । ତେଣୁ ତୁଳନା ସେତିକିବେଳେ ସ୍ପଷ୍ଟ ହୁଏ ଯେତେବେଳେ ତାହା ସଂଖ୍ୟା ଭିତ୍ତିକ ହୋଇଥାଏ । ଗଣିତର ନିୟମାବଳୀକୁ ନେଇ ସଂଖ୍ୟା ଭିତ୍ତିକ ତୁଳନା କଲେ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଉପସଂହାରରେ ପହଞ୍ଚି ହୁଏ । ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ ଯଦି ଜଣେ ଜାଣିପାରେ ଯେ କଲିକତାର ଜନସଂଖ୍ୟା 10 ନିୟୁତ ଏବଂ ବମ୍ବେର 8 ନିୟୁତ ତେବେ ସେ କହିପାରିବ ଯେ କଲିକତା ବମ୍ବେ ଠାରୁ ବଡ଼ କାରଣ 10, 8 ଠାରୁ ବଡ଼ । ତେଣୁ ଦୁଇଟି କଥାକୁ ତୁଳନାକୁ ନେଲାବେଳେ ତତ୍‌ସଂଲଗ୍ନ ସଂଖ୍ୟାକୁ ତୁଳନା କରାଯାଇଥାଏ । ଏହିଭଳି ସମୁଦାୟ ସମସ୍ୟା ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ତୁଳନାରେ ସୀମିତ ରହେ ।

ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାକୁ ତୁଳନା କରିବାର ଦୁଇଟି ଉପାୟ ଅଛି । ଧରାଯାଉ a ଏବଂ b ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା । ତେବେ ଆମେ ଅନ୍ତର ବା a - b ବାହାର କରିପାରିବା । ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ 14 - 10 = 4 ଅର୍ଥାତ୍ 14, 10 ଠାରୁ 4 ବଡ଼ । ତୁଳନା କରିବାର ଅନ୍ୟ ଉପାୟ ହେଲା ଗୋଟିକୁ ଅନ୍ୟଟି ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିବା । ମନେକର 20 ଏବଂ 10 ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା । ତେଣୁ $20/10 = \frac{2}{1}$ ଅର୍ଥାତ୍ 20, 10 ର ଦୁଇଗୁଣ ବା 10, 20 ର ଅଧା । ଏଥିରୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ହୁଏ ଯେ ଗୋଟିଏ ସାଧାରଣ ଅନୁପାତ ମାଧ୍ୟମରେ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା ଆଉ ଗୋଟିକର କେତେ ଗୁଣ ବା କେତେ ଭାଗ ଏହା ଜାଣି ହେଉଛି । ଏ କଥାକୁ ଅନ୍ୟ ପ୍ରକାରେ କହିଲେ 20 ଏବଂ 10 ର ଅନୁପାତ ହେଉଛି 2 : 1 । ଅନୁପାତକୁ ବିଚାରକୁ ନେଇ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ତୁଳନା ବେଶ୍ ଉପଯୋଗୀ । ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ 50, 100 ଠାରୁ 50 ସାନ କହିବା ଅପେକ୍ଷା 50, 100 ର $\frac{1}{2}$ କହିବା ବେଶ୍ ଉପଯୋଗୀ ।

ଅନୁପାତଗୁଡ଼ିକ ବିଭିନ୍ନ ଉପାୟରେ ପ୍ରକାଶିତ ହୋଇଥାଏ । ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ କମ୍ପାନୀକୁ ପ୍ରଂଶସାକରି ବିବରଣୀ ଦିଆଯାଏ ଯେ "ଏ ବର୍ଷ ଲାଭ ଦୁଇଗୁଣା ହୋଇଛି ।" ଏହାର ଅର୍ଥ

ହେଉଛି ପୂର୍ବ ବର୍ଷ ଏବଂ ଚଳିତ ବର୍ଷର ଲାଭର ଅନୁପାତ 2/1 । ବୋନସ୍ ବଣ୍ଟନ ବେଳେ କମ୍ପାନୀ ତରଫରୁ ଘୋଷଣା ଦିଆଯାଏ ଯେ "ବଣ୍ଟନ 1 : 2 ଅନୁପାତରେ କରାଯିବ । ଏହାର ଅର୍ଥ ହେଲା ପ୍ରତି ଦୁଇଟି ଭାଗ ପାଇଁ ଗୋଟିଏ ବୋନସ୍ ଦିଆଯିବ । ଗୋଟିଏ ଗ୍ରାମର ସାକ୍ଷର ସଂଖ୍ୟା ବିଚାରକୁ ନିଆଗଲାବେଳେ ପ୍ରତି ତିନିଜଣ ଶିକ୍ଷିତରେ ଜଣେ ଅଶିକ୍ଷିତ ବୋଲି କୁହାଯାଏ । ଏହା ସୂଚାଏ ଯେ ଶିକ୍ଷିତ ଓ ଅଶିକ୍ଷିତଙ୍କ ଅନୁପାତ 1/3 । ଅନୁପାତକୁ ବେଳେ ବେଳେ ଭିନ୍ନ ଉପାୟରେ ମଧ୍ୟ ଲେଖାଯାଏ । ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ 1/3 କୁ 1 : 3 ରୂପେ ମଧ୍ୟ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ । 2/3 ଅନୁପାତକୁ 2 ÷ 3, 2/3 , କିମ୍ବା 2 : 3 ରୂପେ ଲେଖାଯାଇପାରିବ ।

ଗୋଟିଏ ଅନୁପାତ $\frac{a}{b}$ ରୂପରେ ଲେଖାଗଲେ ତାହାକୁ ଭଗ୍ନ ସଂଖ୍ୟା ବୋଲି କୁହାଯାଏ । ତେଣୁ ଅନୁପାତ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ କାର୍ଯ୍ୟ କଲାବେଳେ ଆମେ ଭଗ୍ନ ସଂଖ୍ୟାର ନିୟମ ମାନିବା ବିଧେୟ । ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ $\frac{2}{3}$ ଏବଂ $\frac{7}{8}$ ଦୁଇଟି ଅନୁପାତ । ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି ବଡ଼ ତାହା ଆମର ଜାଣିବା ଜରୁରୀ । ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ ସେମାନଙ୍କୁ ଦୁଇଟି ଭଗ୍ନାଂଶ ରୂପେ ବିଚାରକୁ ନେବା ଉଚିତ୍ । ତେଣୁ $\frac{2}{3} = \frac{16}{24}$ ଏବଂ $\frac{7}{8} = \frac{21}{24}$ ଲେଖିବା ଦ୍ୱାରା ଆମେ ପ୍ରମାଣ କରିପାରିବା ଯେ $\frac{7}{8}$, $\frac{2}{3}$ ଠାରୁ ବଡ଼ ।

କେବଳ ସଂଖ୍ୟା ପରିବର୍ତ୍ତେ ଯେତେବେଳେ ଏକକ ସମ୍ବଳିତ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ତୁଳନା ହୁଏ ସେତେବେଳେ ଯତ୍ନଶୀଳ ହେବା ଆବଶ୍ୟକ । ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ "150 ମିନିଟ୍, 3 ଘଣ୍ଟା ମଧ୍ୟରୁ କିଏ ବଡ଼ ?" ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକରେ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଏକକ ସଂଯୋଜିତ ହୋଇଛି । ତେଣୁ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ସମାନଧରଣର ଏକକରେ ପରିଣତ ନକଲା ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ତୁଳନା ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ । 3 ଘଣ୍ଟା ହେଉଛି 180 ମିନିଟ୍ । ବର୍ତ୍ତମାନ 150 ମିନିଟ୍ ଏବଂ 180 ମିନିଟ୍ ମଧ୍ୟରେ ତୁଳନା ସମ୍ଭବ । ଅନ୍ୟ ପକ୍ଷରେ 150 ମିନିଟ୍ ହେଉଛି 2.5 ଘଣ୍ଟା । ଏହା ସହ 3 ଘଣ୍ଟାର ତୁଳନା ମଧ୍ୟ ସମ୍ଭବ ।

ଶତାଂଶ

ବାସ୍ତବରେ ଅନୁପାତଗୁଡ଼ିକର ତୁଳନା ଏବଂ ବ୍ୟବହାର ବିଭିନ୍ନ ଉପାୟରେ କରାଯାଏ । ଜଣେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ଭାଷା ବିଷୟରେ 100 ରୁ 75 ଏବଂ ବିଜ୍ଞାନରେ 150 ରୁ 120 ଲବ୍ଧାଙ୍କ ଅର୍ଜନ କଲା । କେଉଁ ବିଷୟରେ ତା'ର କୃତିତ୍ୱ ଅଧିକ ? $\frac{75}{100}$ ଏବଂ $\frac{120}{150}$ ଅନୁପାତ ଦ୍ୱୟକୁ ତୁଳନାକରି ଆମେ ଏକ ନିଷ୍ପତ୍ତିରେ ପହଞ୍ଚି ପାରିବା । $\frac{75}{100} = \frac{225}{300}$ ଏବଂ $\frac{120}{150} = \frac{240}{300}$ । ବର୍ତ୍ତମାନ $\frac{225}{300}$ ଏବଂ $\frac{240}{300}$ କୁ ତୁଳନାକରି ଆମେ କହିପାରିବା ଯେ ସେ ଭାଷା ଅପେକ୍ଷା ବିଜ୍ଞାନରେ ଭଲ କରିଛି । ଏଠାରେ ଉଭୟ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆମେ 300 କୁ ସାଧାରଣ ହର ରୂପେ ଗ୍ରହଣ କରିଛେ । ନିୟମକୁ ଭିତ୍ତିକରି ଯେ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାକୁ ସାଧାରଣ ହର ରୂପେ ନିଆଯାଇପାରିବ । ତେବେ ମୁଖ୍ୟତଃ 100 କୁ ସାଧାରଣ ହର ରୂପେ ନିଆଯାଏ ଏବଂ ଅନୁପାତକୁ ଶତାଂଶ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ । ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ 100 ରୁ 75 ଲବଧାଙ୍କକୁ ଶତକଡ଼ା 75 ରୂପେ ଅଭିହିତ କରାଯାଏ । ଶତକଡ଼ା

ଶବ୍ଦର ଅର୍ଥ ହେଉଛି "ଶହେ ପିଛା ।" ଏହି ଉପାୟରେ $\frac{120}{150} = \frac{80}{100}$ ତେଣୁ 150 ରୁ 120 କହିଲେ ଆମେ ବୁଝିବା 100 ରୁ 80ଅର୍ଥାତ୍ ଶତାଂଶ । 100 କୁ ଭିତ୍ତିକରି ଯେଉଁ ଅନୁପାତ ପ୍ରକାଶିତ ହୁଏ ତାହାକୁ 'ଶତାଂଶ' କୁହାଯାଏ । ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ପରୀକ୍ଷାର ଲବଧାଙ୍କ ବିଭିନ୍ନ ପରୀକ୍ଷାର ଫଳାଫଳ, ଲୋକସଂଖ୍ୟାର ସାକ୍ଷର ନିରକ୍ଷର ତଥା ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ରାଶି ଶତାଂଶ ଭିତ୍ତିରେ ପ୍ରକାଶିତ ହୁଏ ।

ହାର

ଆମେ ଅନେକ ସମୟରେ ନିମ୍ନୋକ୍ତ ବକ୍ତବ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ସାମ୍ନା କରୁ । ଯଥା : ଅତିରୁ ଇତି, ଜଣେ ଯେତେ ବେଶି ପାଏ ସେତେ ବେଶି ଚାହେଁ, ଯେତେ ଗଭୀର ପାଣିକୁ ଯିବ ଚାପ ସେତେ ବେଶି ହେବ ବା ବାୟୁମଣ୍ଡଳର ଯେତେ ଉପରକୁ ଯିବ ସେତେ ଶୀତଳ ଲାଗିବ । ଉପରୋକ୍ତ ବ୍ୟକ୍ତବ୍ୟଗୁଡ଼ିକ ଦୁଇଟି ଜିନିଷ ମଧ୍ୟରେ ଏକ ସମ୍ବନ୍ଧ ସ୍ଥାପନ କରେ । ଯଦି ଗୋଟିଏ ପରିବର୍ତ୍ତିତ ହୁଏ ତେବେ ଅନ୍ୟଟି ସମ ବା ବିପରୀତଭାବେ ପରିବର୍ତ୍ତିତ ହେବ । ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ ଜଳର ଗଭୀରତା ବଢ଼ିବା ସହିତ ଚାପ ବଢ଼ି ବଢ଼ି ଚାଲେ । ଏଠାରେ ଗଭୀରତା ଏବଂ ଚାପ ଏହି ରାଶିଦ୍ୱୟ ଏକତ୍ର ହ୍ରାସ ବା ବୃଦ୍ଧି ପ୍ରଦର୍ଶନ କରନ୍ତି । ଅନ୍ୟ ପକ୍ଷରେ ସମୁଦ୍ର ପତନରୁ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁର ଉଚ୍ଚତା ବଢ଼ିଲେ ସେହି ବିନ୍ଦୁର ୧ ତାପମାତ୍ରା ହ୍ରାସ ପାଏ । ତେଣୁ ଉଚ୍ଚତା ଏବଂ ତାପମାତ୍ରା ଉଭୟର ପରିବର୍ତ୍ତନ ପରସ୍ପରର ବିପରୀତ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ କେତୋଟି ଉଦାହରଣ ବିଚାରକୁ ନେବା ଯେଉଁଠି ପରସ୍ପର ସହ ସମ୍ବନ୍ଧିତ ଦୁଇଟି ରାଶି ସମଭାବରେ ପରିବର୍ତ୍ତିତ ହୁଅନ୍ତି । ଗୋଟିଏ ପୁସ୍ତକ କ୍ରୟ ଓ ସେଥି ନିମନ୍ତେ ପ୍ରଦତ୍ତ ଅର୍ଥ ବିଚାରକୁ ନିଆଯାଉ ।

ପୁସ୍ତକ ସଂଖ୍ୟା	ପ୍ରଦତ୍ତ ମୂଲ୍ୟ
10	200
20	400
50	1000

ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ ପୁସ୍ତକ ସଂଖ୍ୟା ବଢ଼ିବା ସହିତ ପ୍ରଦତ୍ତ ମୂଲ୍ୟ ବୃଦ୍ଧି ଘଟୁଛି । ତେଣୁ ଆମେ $\frac{10}{20}$ ଏବଂ $\frac{200}{400}$ ଅନୁପାତ ବିଚାରକୁ ନେବା । ଏହା ଦେଖାଯାଇଛି ଯେ $\frac{10}{20} = \frac{200}{400} = \frac{1}{2}$ । ସେହିପରି $\frac{10}{50} = \frac{200}{1000} = \frac{1}{5}$ । ତେଣୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ସମ୍ବନ୍ଧିତ ରାଶିମାନଙ୍କର ଅନୁପାତ ସମାନ । ଯଦି ଦୁଇଟି ଅନୁପାତ ସମାନ ହୁଏ ତେବେ ଅନୁପାତ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ଚାରିଟି ରାଶିର ଅନୁପାତ ମଧ୍ୟ ସମାନ ହେବ । ସାଧାରଣଭାବରେ ଯଦି $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ହୁଏ ତେବେ a, b, c, d ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କ୍ରମରେ ସମ ଅନୁପାତରେ ଅଛନ୍ତି ବୋଲି କୁହାଯାଏ । ଏହାର ଅର୍ଥ ହେଲା a, b, c, d ସମଅନୁପାତରେ ଅଛନ୍ତି ମାତ୍ର a, d, b, c ସମଅନୁପାତରେ ନାହାନ୍ତି । ଅନ୍ୟପକ୍ଷରେ a, b, c, d ସମାନୁପାତରେ ଥିଲେ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ । a, b, c, d ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ସମାନୁପାତର ପଦ ବୋଲି

କୁହାଯାଏ । ଯଦି ଏହି ପଦଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ ତିନୋଟି ଜ୍ଞାତ ଥାଏ ତେବେ ଚତୁର୍ଥ ପଦଟି ସହଜରେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିହୁଏ । ନିମ୍ନୋକ୍ତ ସମସ୍ୟାଟି ଏହି ଶ୍ରେଣୀର ତେଣୁ ଏହି ଉପାୟରେ ସମାହିତ ହୋଇପାରିବ ।

ଜଣେ ବ୍ୟକ୍ତି 75 ଟଙ୍କା ଦେଇ ଗୋଟିଏ ବହିର ତିନୋଟି କପି କିଣିଲେ । 300 ଟଙ୍କା ଦେଇ ସେ କେତୋଟି ବହି କ୍ରୟ କରିପାରିବେ ? ଯଦି କିଣାଯିବାକୁ ଥିବା ବହି ସଂଖ୍ୟା x ହୁଏ ତେବେ

$$\frac{3}{75} = \frac{x}{300}$$

$$x = \frac{3}{75} \times 300$$

$$= 12$$

ତେଣୁ ବ୍ୟକ୍ତି ଜଣକ 12 ଖଣ୍ଡ ବହି କିଣିପାରିବେ ।

ଆଉ ଗୋଟିଏ ଉଦାହରଣ ବିଚାରକୁ ନିଆଯାଉ । ଗୋଟିଏ କାର୍ ପ୍ରତି ଘଣ୍ଟାରେ 50 କି:ମି ବେଗରେ ଗତି କରୁଛି । ସମୟ ସହିତ ତାଳଦେଇ ତାହା ଦ୍ୱାରା ଅତିକ୍ରମ କରାଯାଇଥିବା ଦୂରତା ବୃଦ୍ଧି ପାଉଛି । ଏବେ ସାରଣୀ ଦେଖିବା ।

ସମୟ (ଘଣ୍ଟା)	ଦୂରତା (କି:ମି)
1	50
2	100
3	150
4	200

ଉପରୋକ୍ତ ଉଦାହରଣରେ ସମ୍ବନ୍ଧିତ ରାଶିଗୁଡ଼ିକ ଯଥା : ବହି ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ମୂଲ୍ୟ, ସମୟ ଏବଂ ଦୂରତା ସମଭାବରେ ପରିବର୍ତ୍ତିତ ହେଉଛନ୍ତି ଅର୍ଥାତ୍ ଗୋଟିକରେ ବୃଦ୍ଧି ଘଟିଲେ ଅନ୍ୟଟି ମଧ୍ୟ ବୃଦ୍ଧି ପାଉଛି । ଏହି ରାଶିଗୁଡ଼ିକ ସମାନୁପାତରେ ଅଛନ୍ତି ବୋଲି କୁହାଯାଏ । ବେଳେ ବେଳେ ରାଶିଗୁଡ଼ିକ ବିପରୀତ ଭାବରେ ପରିବର୍ତ୍ତିତ ହୁଅନ୍ତି ଅର୍ଥାତ୍ ଗୋଟିଏ ବୃଦ୍ଧିପାଇବା ସହିତ ଅନ୍ୟଟି ହ୍ରାସ ପାଏ । ନିମ୍ନୋକ୍ତ ସମସ୍ୟାଟି ବିଚାରକୁ ନିଆଯାଉ ।

ମାସିକ କିସ୍ତି ଅନୁସାରେ 1000 ଟଙ୍କା ପରିଶୋଧ କରାଯିବାର ଅଛି । ଋଣ ପରିଶୋଧ ନିମନ୍ତେ ଆବଶ୍ୟକ ସମୟ ପ୍ରତ୍ୟେକ କିସ୍ତିର ପରିମାଣ ଉପରେ ନିର୍ଭରଶୀଳ । ନିମ୍ନରେ ପ୍ରଦତ୍ତ ହୋଇଥିବା ଭଳି ଏକ ସାରଣୀ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରାଯାଉ ।

ପରିମାଣ (ଟଙ୍କା)	ସମୟ (ମାସ)
100	10
200	5
250	4
500	2

ଏଠାରେ ମାସିକ କିସ୍ତିର ପରିମାଣ ବଢ଼ିବା ସହିତ ପରିଶୋଧର ସମୟ କମି କମି ଯାଉଛି । ପରିମାଣର ଅନୁପାତ ତତ୍ ସଂଲଗ୍ନ ସମୟସୀମାର ଅନୁପାତର ଗୁଣାତ୍ମକ ବିଲୋମରୂପେ ପ୍ରତିଭାତ ହେଉଛି । ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ,

$\frac{100}{200} = \frac{1}{2}$, $\frac{10}{5} = \frac{2}{1}$ ଯାହାକି $\frac{1}{2}$ ର ଗୁଣାତ୍ମକ ବିଲୋମ ।

ପୁନଶ୍ଚ $\frac{200}{500} = \frac{2}{5}$ ଏବଂ $\frac{5}{2}$ ଏହାର ଗୁଣାତ୍ମକ ବିଲୋମ ।

ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ 100, 200, 10, 5 ଇତ୍ୟାଦି ପ୍ରତିଲୋମାନୁପାତରେ ଅଛନ୍ତି ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

ନିୟମିତ ଅନୁପାତ

ଅନ୍ୟ ଏକ ଆଗ୍ରହ ଜନକ ଅନୁପାତ ହେଲା ଚାରିଟି ପଦ ପରିବର୍ତ୍ତେ ତିନୋଟି ପଦ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ଅନୁପାତ । ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ ମଧ୍ୟ ପଦଟି ପ୍ରଥମ ଓ ତୃତୀୟ ପଦ ସହ ସମାନୁପାତୀ ହୋଇଥାଏ । ତେଣୁ

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$
$$ac = b^2$$
$$b = \sqrt{ac}$$

ତେଣୁ ମଧ୍ୟପଦଟି ପ୍ରଥମ ଏବଂ ତୃତୀୟ ପଦର ଗୁଣଫଳର ବର୍ଗମୂଳ ହୁଏ । ମଧ୍ୟ ପଦଟିକୁ ଅନ୍ୟ ଦୁଇ ପଦର ଜ୍ୟାମିତିକ ମାଧ୍ୟମାନ ବୋଲି ଅଭିହିତ କରାଯାଏ । ଏହା ଗଣିତ ଓ ବିଜ୍ଞାନର ଅନେକ ଶାଖାରେ ବ୍ୟବହୃତ ହୁଏ । ଏହା ମଧ୍ୟ ଏକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ପରିସାଂଖ୍ୟିକ ହାରାହାରି ରୂପେ ବ୍ୟବହୃତ ହୁଏ । ଅନୁପାତ ମଧ୍ୟରେ ସାଧାରଣ ପଦର ଅନୁଚିନ୍ତା ତିନିରୁ ଅଧିକ ପଦକୁ ସଂପ୍ରସାରିତ ହୁଏ । ଏ ପ୍ରକାରର ଅନୁପାତକୁ ନିୟମିତ ଅନୁପାତ କୁହାଯାଏ । ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ

$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \frac{d}{e}$ ଇତ୍ୟାଦି ତଥ୍ୟ ଦତ୍ତ ଥାଏ ତେବେ a, b, c, d ଇତ୍ୟାଦି ରାଶିଗୁଡ଼ିକ ନିରବଚ୍ଛିନ୍ନ କ୍ରମିକ ଅନୁପାତରେ ଅଛନ୍ତି ବୋଲି ଧରାଯାଏ ।

5

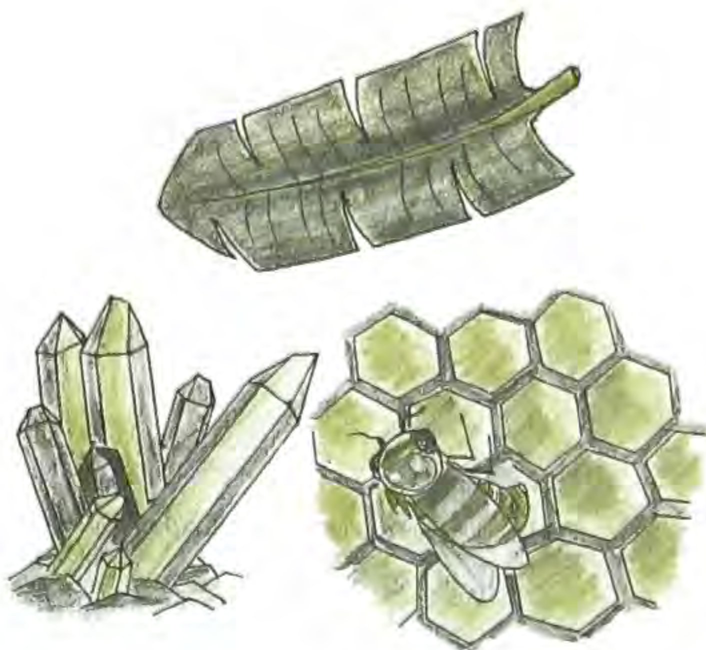
ଆକୃତି ଓ ଆକାର

ଭାରତୀୟ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟାଳୟରେ ରାଧାନାଥ ଶିକ୍‌ଧାର ଜଣେ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷକ ରୂପେ କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଥିଲେ । ସେ ତାଙ୍କର ଦାର୍ଜିଲିଂସ୍ଥିତ କାର୍ଯ୍ୟାଳୟକୁ ନିୟମ ମୁତାବକ ଯାଉଥାନ୍ତି । ଦିନେ ସେ ଏକ ସୁଦୂରସ୍ଥ ଶୃଙ୍ଗର ଉଚ୍ଚତା ମାପିବାକୁ ସ୍ଥିରକଲେ, ଯାହାକି ତାଙ୍କୁ ସବୁଠାରୁ ଉଚ୍ଚତମ ମନେ ହେଉଥିଲା । ଏହାକୁ ପି.କେ. 15 କୁହାଯାଉଥିଲା । ସେ ଯେଉଁ ସ୍ଥାନକୁ ଭିତ୍ତି କରିବେ ତା'ର ଉଚ୍ଚତା ସ୍ଥିର କରିସାରିଥିଲେ । ସେହିଠାରୁ ସେ ମାପ କଲେ ଏବଂ ହିସାବ ମଧ୍ୟ କଲେ । ସେ ତାଙ୍କର ଆଖିକୁ ବିଶ୍ୱାସ କରିପାରିଲେ ନାହିଁ । ଫଳାଫଳ ଦେଖି ସେ ବିସ୍ମିତ ହେଲେ । ଶୃଙ୍ଗଟିର ଉଚ୍ଚତା ସମୁଦ୍ର ପତ୍ତନ ଠାରୁ 29,002 ଫୁଟ (8,700.6 ମି) ଥିଲା । ଏହାହିଁ ପୃଥିବୀର ସର୍ବୋଚ୍ଚ ଶୃଙ୍ଗ ଯାହାକୁ ପରବର୍ତ୍ତୀ ସମୟରେ ମାଉଣ୍ଟ ଏଭରେଷ୍ଟ ନାମରେ ନାମିତ କରାଯାଇଛି । ଏହାକୁ ଜାଣିବାରେ ସେ ଥିଲେ ପ୍ରଥମ ବ୍ୟକ୍ତି । ଏହି ଶୃଙ୍ଗକୁ ଆରୋହଣ ନକରି ସେ କିପରି ଏହାର ଉଚ୍ଚତା ଜାଣିପାରିଲେ ? ଏଥିରେ କୌଣସି ଯାଦୁ ନାହିଁ । ତାଙ୍କର ଜ୍ୟାମିତି ଜ୍ଞାନ ହି ତାଙ୍କୁ ଏହି ଫଳାଫଳ ପାଇବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରିଛି । ଏବେ ଦେଖିବା ଏ ପ୍ରକାର ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ ପାଇଁ ଜ୍ୟାମିତି କି ସହାୟତା କରେ ?

ଜ୍ୟାମିତିର ଆକ୍ଷରିକ ଅର୍ଥ ହେଲା ଭୂମିର ପରିମାପ (ଜ୍ୟା : ଭୂମି, ମିତି : ମାପ) । ପ୍ରକୃତିରେ ମିଳୁଥିବା କେତେକ ଆକୃତିର ଅଧ୍ୟୟନରୁ ହିଁ ଜ୍ୟାମିତି ସୃଷ୍ଟି ହୋଇଥିଲା । ପ୍ରକୃତିର କେତେକ ସୁନ୍ଦର ସୃଷ୍ଟି ଦେଖ (ଚିତ୍ର-23) ।

ସେମାନେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ଜ୍ୟାମିତିକ ଆକୃତି ସୂଚାନ୍ତି । ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ କଦଳୀପତ୍ର ସମାନ୍ତର ରେଖା ଏବଂ କୋଣ ସୂଚିତକରେ, ମହୁଫେଣା ଷଡ଼ଭୁଜକୁ ସୂଚାଏ ତଥା କ୍ୱାର୍ଜ ସ୍ଫଟିକ ଛ ବାହୁ ସମ୍ପନ୍ନ କଠିନ ବସ୍ତୁକୁ ଇଙ୍ଗିତ କରେ । ଏହି ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକରେ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପ୍ରକାରର ଆୟୋଜନ ପରିଦୃଷ୍ଟ ହୁଏ । ଏ ପ୍ରକାର ଆୟୋଜନକୁ ଗଠନଭଙ୍ଗୀ କୁହାଯାଏ । ଏହିସବୁ ବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକର ଗଠନଭଙ୍ଗୀ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ । ସବୁଠାରୁ ମଜା କଥା ହେଲା ଆମେ ଏହି ଗଠନଭଙ୍ଗୀଗୁଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନିପାରିବା, ମନେରଖିପାରିବା ଏବଂ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ବୋଲି ପ୍ରତିପାଦିତ କରିପାରିବା ।

ମଣିଷର ପ୍ରକୃତି ସହିତ ଭାବ ବିନିମୟରୁ ଜ୍ୟାମିତି ରୂପ ପରିଗ୍ରହ କଲା । ରାତି ଆକାଶର ଉଜ୍ଜ୍ୱଳ ତାରାମାନଙ୍କୁ ଦେଖି ବିନ୍ଦୁ କଥା ମନକୁ ଆସିଲା । ଗଛର ଶାଖାମାନ ଏବଂ



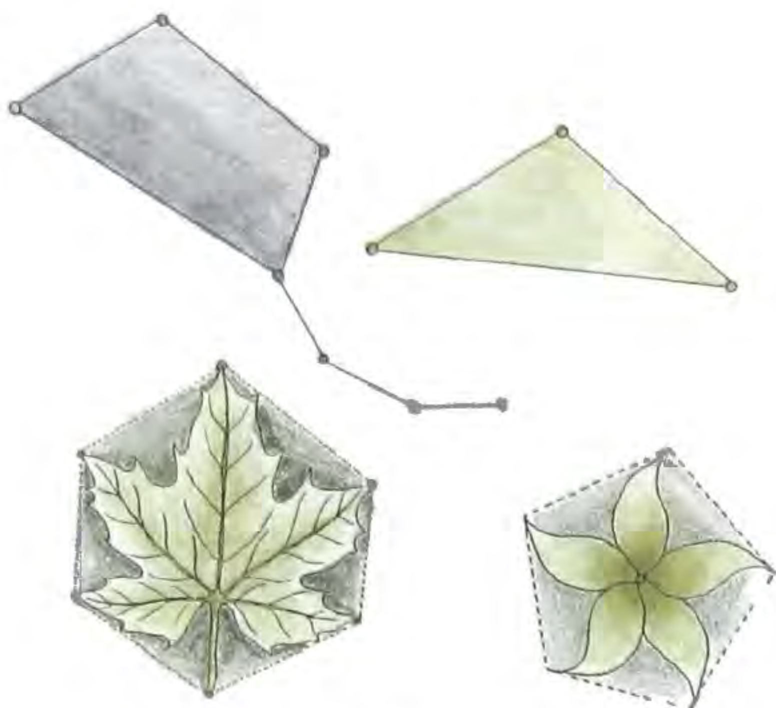
ଚିତ୍ର.23

ତାରାମାନଙ୍କର ସଂଯୋଜନ ତାକୁ କୋଣ ସମ୍ପର୍କରେ ଧାରଣା ଦେଲା । ଗଛର ପତ୍ର ଫାଙ୍କରେ ଆସୁଥିବା ସୂର୍ଯ୍ୟକିରଣ ସରଳରେଖା ସମ୍ପର୍କୀୟ ଧାରଣା ସୃଷ୍ଟିକଲାବେଳେ ପତ୍ରରୁ ବକ୍ରରେଖାର ଧାରଣା ଜନ୍ମିଲା ।

ବିନ୍ଦୁ, ରେଖା, କୋଣ ଏବଂ ବୃତ୍ତ ଇତ୍ୟାଦି ଜ୍ୟାମିତିର ମୌଳିକ ଆକୃତିମାନ ପତ୍ର, ପାଖୁଡ଼ା ଇତ୍ୟାଦିର ଆକୃତି (ଚିତ୍ର-24) ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ ଦ୍ୱାରା ଆଖିକୁ ଆସିଲା । ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ଆକୃତି ଯଥା : ତ୍ରିଭୁଜ, ଚତୁର୍ଭୁଜ, ଷଡ଼ଭୁଜ ଇତ୍ୟାଦି ଏହି ଭିତ୍ତି ଉପରେ ପ୍ରତିଷ୍ଠିତ । ସଂସ୍କୃତରେ ବ୍ୟବହୃତ ତ୍ରିକୋଣ (ତିନିକୋଣର ସମାହାର), ଚତୁଷ୍କୋଣ (ଚାରିକୋଣର ସମାହାର), ପଞ୍ଚକୋଣ (ପାଞ୍ଚକୋଣର ସମାହାର) ମଧ୍ୟ ସମଜାତୀୟ ଉଦାହରଣ ।

ଜ୍ୟାମିତି ଏକ ଉପାଦେୟ ବିଦ୍ୟା

ପ୍ରାଗୈତିହାସିକ ଯୁଗରେ ହିଁ ଜ୍ୟାମିତିର ସୂତ୍ରପାତ ହୋଇଥିଲା । ଗୋଟିଏ ଅଞ୍ଚଳର ଲୋକସଂଖ୍ୟା ବଢ଼ିଲେ ସେମାନଙ୍କ ନିମନ୍ତେ ପ୍ରାକୃତିକ ବାସଯୋଗ୍ୟ ସ୍ଥାନ ଯଥେଷ୍ଟ ହେଉନଥିଲା । ତେଣୁ



ଚିତ୍ର.24

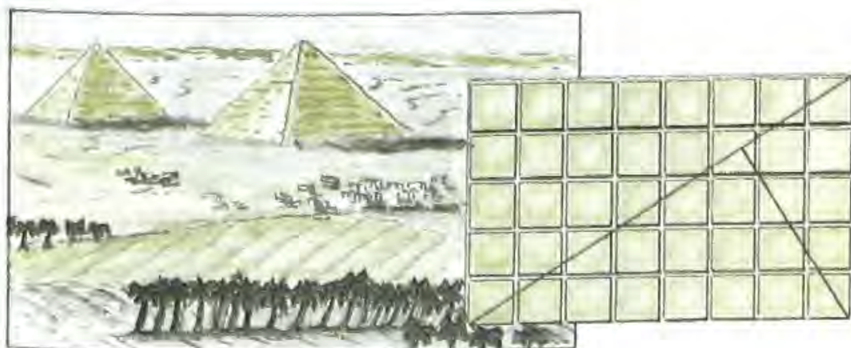
ପରିବାର ଉପଯୋଗୀ ତଥା ଖରା, ବର୍ଷା, ଓ ଝଡ଼କୁ ପ୍ରତିହତ କଲାଭଳି ବାସଗୃହ ନିର୍ମାଣର ଆବଶ୍ୟକତା ପଡ଼ିଲା । ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଆକାରର ଗୃହନିର୍ମାଣ ନିମନ୍ତେ ଘରର ଉଚ୍ଚତାକୁ ପରିବାରର ଉଚ୍ଚତମ ଲୋକସହ ତୁଳନାକରି ତା'ଠାରୁ ଅଧିକ ରଖିବା ଆବଶ୍ୟକ ପଡ଼ିଲା ।

ବେବିଲୋନୀୟମାନେ ଗଣିତର ଏହି ବିଭାଗରେ ଧୁରନ୍ଧର ଥିଲେ । ଟାଇଗ୍ରୀସ୍ ଓ ଇଉଫ୍ରେଟିସ୍ ନଦୀର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ଯେଉଁ ଅଞ୍ଚଳରେ ବେବିଲୋନୀୟମାନେ ବାସକରୁଥିଲେ ସେଠାକାର ଭୂମି ସନ୍ତସନ୍ତିଆ ଥିଲା । ସେ ଅଞ୍ଚଳରୁ ଜଳ ନିଷ୍କାସନ କରିବା ଏବଂ ନଦୀ ଦ୍ୱୟର ବନ୍ୟା ନିୟନ୍ତ୍ରଣ କରିବା ନିମନ୍ତେ କେନାଲ ଓ ନାଳ ଖୋଳାଯାଉଥିଲା । କେନାଲ ଖୋଳିବା ନିମନ୍ତେ ଜମି ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ ଜରୁରୀ ଥିଲା ! ଏହା କରିବା ମାଧ୍ୟମରେ ବେବିଲୋନୀୟମାନେ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟର ସୂତ୍ର ବାହାରକଲେ । ସେହି ସୂତ୍ରଗୁଡ଼ିକ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଠିକ୍ ନଥିଲା ମାତ୍ର ସେଥିରୁ ମିଳୁଥିବା ଫଳାଫଳ କେନାଲ ଗଠନ ନିମନ୍ତେ ଯଥେଷ୍ଟ ଥିଲା ।

ଇଜିପ୍ଟରେ କୃଷକମାନଙ୍କର ନୀଳନଦୀର ଶାଖାଗୁଡ଼ିକର କୂଳରେ ଜମି ଥିଲା ଯେଉଁଥିପାଇଁ ସେମାନେ ଟିକସ ଦେଉଥିଲେ । ବର୍ଷା ଋତୁରେ ନଦୀଗୁଡ଼ିକରେ ବନ୍ୟା ଆସି

ଜମିଗୁଡ଼ିକୁ ଜଳମଗ୍ନ କରୁଥିଲା । ଫଳରେ ଜମିର ସୀମାସବୁ ବାରିହେଉ ନଥିଲା । ତେଣୁ ଜମିଗୁଡ଼ିକୁ ଆଉଥରେ ମାପିବା ଆବଶ୍ୟକ ପଡୁଥିଲା ଯଦ୍ୱାରା କୃଷକମାନେ ନିଜର ଜମି ମୁତାବକ ଭାଗଦେବା ସମ୍ଭବ ହୋଇପାରିବ (ଚିତ୍ର-25) । ବନ୍ୟା ଛାଡ଼ିଗଲାପରେ ପ୍ରଶିକ୍ଷଣପ୍ରାପ୍ତ ଅମିନମାନେ ଏହି କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଥିଲେ । ସେମାନେ ଗଣ୍ଠିଯୁକ୍ତ ଦଉଡ଼ି ବ୍ୟବହାର କରୁଥିଲେ ଯାହାଫଳରେ ଜମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପକରି ତାହାକୁ ତ୍ରିଭୁଜ, ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ଓ ଟ୍ରାପିଜିୟମରେ ବିଭକ୍ତ କରିବା ସମ୍ଭବ ହେଉଥିଲା । ସେମାନେ ଏହି କ୍ଷେତ୍ରଗୁଡ଼ିକର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରୁଥିଲେ ଯାହା ପ୍ରାୟ ଠିକ୍ ଥିଲା ।

ସଭ୍ୟତାର ବିକାଶ ସହିତ ପୃଥିବୀର ଗଣିତଜ୍ଞମାନେ ବିଭିନ୍ନ ଜ୍ୟାମିତିକ ଚିତ୍ରର ଧର୍ମ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲେ । ସବୁଠୁ ଆଗ୍ରହୋଦ୍ଦୀପକ କଥା ହେଲା ବେବିଲୋନ୍ (ଇରାକ୍), ଇଜିପ୍ଟ, ଭାରତ ଓ ଚୀନ ପ୍ରଭୃତି ଦେଶ ପରସ୍ପରଠାରୁ ଅନେକ ଦୂରରେ ଥିଲେ ମଧ୍ୟ ପ୍ରାୟ ଏକା ପ୍ରକାରର ଜ୍ୟାମିତିର ଅଭ୍ୟୁଦୟ ଘଟାଇଥିଲେ । ଏହି ଦେଶଗୁଡ଼ିକର ଲୋକମାନେ ଥିଲେ ମହାନ ସୃଜନଶୀଳ । ଏମାନେ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର ଧର୍ମ ବ୍ୟବହାରକରି ଲମ୍ବ ଏବଂ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର ଇତ୍ୟାଦିର ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କରିପାରୁଥିଲେ । ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ ପ୍ରାଚୀନ ବେବିଲୋନୀୟମାନେ ଜାଣିଥିଲେ ଯେ 3, 4, 5 ଏକକ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ତ୍ରିଭୁଜ ଏକ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ଏବଂ ଏହାର କ୍ଷୁଦ୍ରତର ବାହୁଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା କୋଣ ୨୦° । ଇଜିପ୍ଟର ବାସିନ୍ଦାମାନେ ଗଣ୍ଠିଯୁକ୍ତ ଦଉଡ଼ି ବ୍ୟବହାରକରି ସମକୋଣ ଅଙ୍କନ ନିମନ୍ତେ 3, 4, 5 ଏକକ ବିଶିଷ୍ଟ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରୁଥିଲେ । ଏହିପରି ସରଳ ଉପାୟମାନ ବ୍ୟବହାରକରି ସେମାନେ ପିରାମିଡ୍, ପ୍ରାସାଦ ଇତ୍ୟାଦି ପ୍ରାୟ ନିର୍ଭୁଲଭାବେ ଗଠନ କରିପାରିଥିଲେ । ଯଦିଓ ଏବେ ଆମେ ଜାଣିପାରିଛେ ଯେ ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ହେଉଛି ତାର ଭୂମି ଏବଂ ଉଚ୍ଚତାର ଗୁଣଫଳର ଅଧା, ପ୍ରାଚୀନ ଇଜିପ୍ଟ

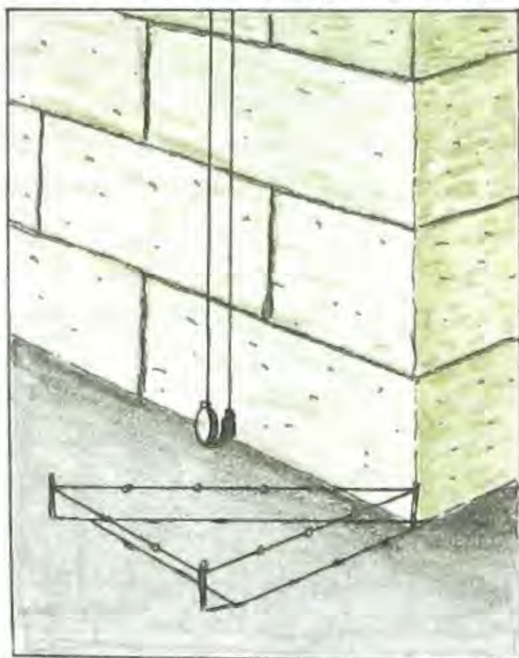


ଚିତ୍ର.25

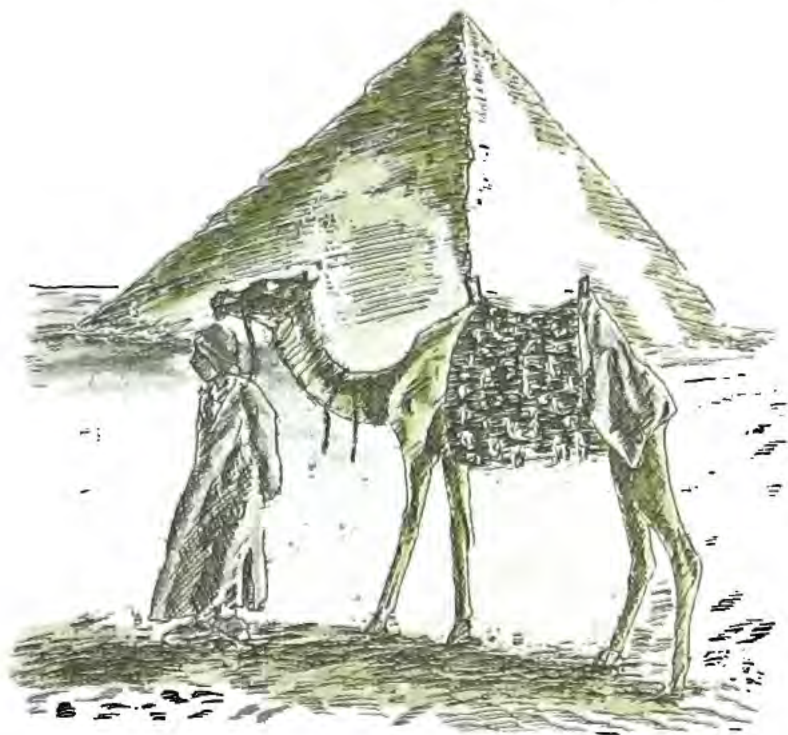
ବାସୀଗଣ ଗୋଟିଏ ବାହୁ ଓ ଭୂମିର ଗୁଣଫଳର ଅଧାକୁ ନେଇ ସମାନ ଫଳାଫଳ ପାଉଥିଲେ । ସେମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ବ୍ୟବହୃତ ଅଧିକାଂଶ ତ୍ରିଭୁଜ ଥିଲା ଦୀର୍ଘ ଏବଂ ଅଣଓସାରିଆ । ତେଣୁ ଲମ୍ବ ଓ ବାହୁ ମଧ୍ୟରେ ବିଶେଷ କିଛି ପ୍ରଭେଦ ନଥିଲା । ଫଳରେ ଜମି ମାପ ଓ ଟିକସ ଆଦାୟ ନିମନ୍ତେ ଆବଶ୍ୟକ ହିସାବ ପ୍ରାୟ ଠିକ୍ ହେଉଥିଲା । ଖ୍ରୀ.ପୂ. 2500 ରେ ଇଜିପ୍ଟରେ ନିର୍ମିତ ପିରାମିଡ୍‌ର ଭୂମି ବର୍ଗାକାର ଏବଂ ଏହାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 230 ମିଟର (ଚିତ୍ର-26.b) । ଏତେ ବଡ଼ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ବାହୁ ଓ କୋଣ ଠିକ୍ ରଖି ଯଥାଯଥ ଅଙ୍କନ କରିବା ନିଶ୍ଚୟ ଏକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ପଦକ୍ଷେପ ।

ହିନ୍ଦୁମାନଙ୍କ ହାତରେ ଜ୍ୟାମିତି ଏକ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ମୋଡ଼ ନେଲା । ସେମାନେ ଦୈନନ୍ଦିନ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ ଓ ଜ୍ୟୋତିର୍ବିଦ୍ୟାରେ ଜ୍ୟାମିତିର ବ୍ୟବହାର କଲେ । ସେମାନେ ଜ୍ୟାମିତିକ ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ ଯଥା : କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଓ ଆୟତନର ପରିମାପ ନିମନ୍ତେ ସଂଖ୍ୟା ଓ ବୀଜଗଣିତର ବ୍ୟବହାର କଲେ । ସୂତ୍ରକୁ ମନେରଖିବାର ପ୍ରବୃତ୍ତି ହେତୁ ଲିଖିତ ପୁସ୍ତକ ଭାରତ ବହୁତ ବିଳମ୍ବରେ ଆତ୍ମପ୍ରକାଶ କଲା । ଖ୍ରୀ.ପୂ. 800 ବେଳକୁ ପ୍ରଥମ ଜ୍ୟାମିତି ପୁସ୍ତକ "ସୁଲଭ ସୂତ୍ର" ନାମରେ ଆତ୍ମପ୍ରକାଶ କଲା । ଏହା ଗ୍ରୀକ୍‌ମାନଙ୍କର ଜ୍ୟାମିତି ଆରମ୍ଭର ବହୁ ପୂର୍ବର କଥା ।

ଭାରତରେ ପିଥାଗୋରସ୍‌ଙ୍କ ଉପପାଦ୍ୟ ପିଥାଗୋରସ୍‌ଙ୍କ ବହୁ ପୂର୍ବରୁ ବୁଦ୍ଧାୟନ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ (ବୁଦ୍ଧାୟନଙ୍କ ଉପପାଦ୍ୟ) ନାମରେ ପ୍ରଚଳିତ ଥିଲା । ବୁଦ୍ଧାୟନ ଜଣେ ହିନ୍ଦୁ ଗଣିତଜ୍ଞ ଥିଲେ ଯିଏ -



ଚିତ୍ର.26.a



ଚିତ୍ର.26.b

ଧାର୍ମିକ ଅନୁଷ୍ଠାନ ଓ ବଳି ନିମନ୍ତେ ମଣ୍ଡପ ନିର୍ମାଣରେ ଜ୍ୟାମିତିର ବ୍ୟବହାର କରୁଥିଲେ । ବିଭିନ୍ନ ପୂଜାପଦ୍ଧତି ଓ ବଳି ନିମନ୍ତେ ବିଭିନ୍ନ ଆକୃତିର୍ ମଣ୍ଡପ ନିର୍ମିତ ହେଉଥିଲା ଏବଂ ଏହାର ସଠିକତା ଓ ସ୍ୱାତନ୍ତ୍ର୍ୟ ଉପରେ ଗୁରୁତ୍ୱ ଆରୋପ କରାଯାଉଥିଲା ।

ପ୍ରାଚୀନ ସଭ୍ୟତାର ଲୋକମାନେ ସୂର୍ଯ୍ୟ, ଚନ୍ଦ୍ର ଓ ନକ୍ଷତ୍ରମାନଙ୍କର ଗତି ସମ୍ପର୍କରେ ଅବଗତ ଥିଲେ । ସମୟ ଜାଣିବା ଓ ପଞ୍ଜିକା ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା ନିମନ୍ତେ ସେମାନେ ଏହାକୁ ବ୍ୟବହାର କରୁଥିଲେ । ସେମାନେ ଜ୍ୟୋତିର୍ବିଦ୍ୟାରୁ ଜାଣିଥିଲେ ଯେ ଗୋଟିଏ ନକ୍ଷତ୍ରପୁଞ୍ଜ 360 ଦିନରେ ଥରେ ପୂର୍ବ ଦିଗନ୍ତରେ ଆବିର୍ଭୂତ ହୁଏ । ତେଣୁ ଏହାଦ୍ୱାରା ଅତିକ୍ରାନ୍ତ ସମୁଦାୟ ଦୂରତାକୁ 360 ଭାଗ କରାଯାଇଥିଲା ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭାଗକୁ ଏକ ଡିଗ୍ରୀ ରୂପେ ଅଭିହିତ କରାଯାଇଥିଲା । ତେଣୁ କୋଣର ପରିମାପ ଏ ରୂପେ ଆରମ୍ଭ ହେଲା । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଡିଗ୍ରୀ 60 ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ ହେଲା ଓ ତାକୁ ମିନିଟ୍ କୁହାଗଲା । ସେହିପରି ପ୍ରତ୍ୟେକ ମିନିଟ୍‌କୁ 60 ଭାଗ କରାଗଲା ଓ ତାହାକୁ ସେକେଣ୍ଡ କୁହାଗଲା । ଏହି 60 ଭିତ୍ତିକ ମାପାଙ୍କ ପ୍ରାଚୀନ ବେବିଲୋନୀୟମାନଙ୍କ ଅବଦାନ

ଯେଉଁମାନେ 60 ଭଳିକ ଏକକ ବ୍ୟବହାର କରୁଥିଲେ ।

ନକ୍ଷତ୍ରପୁଞ୍ଜ ସମ୍ପର୍କୀୟ ଜ୍ଞାନ ଲୋକମାନଙ୍କୁ ତାଙ୍କର ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନକୁ ନିୟମିତ କରିବା, କେବେ କେମିତି ହେଉଥିବା ସାମାଜିକ ପର୍ବ ଓ ଧାର୍ମିକ ଅନୁଷ୍ଠାନ ପାଳନ କରିବାରେ ସହାୟତା କରୁଥିଲା । ଏହା ସେମାନଙ୍କୁ କୌଣସି ସ୍ଥାନର ଦିଗ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କରିବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରୁଥିଲା । ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ : ଚିତ୍ରା ଓ ସ୍ୱାତୀ ନକ୍ଷତ୍ର ଦିଗନ୍ତ ଠାରୁ ଏକ ଯୁଗ (1634 ସେ.ମି) ଉଚ୍ଚରେ ଥିଲାବେଳେ ଠିକ୍ ମଝାମଝି କିପରି ପୂର୍ବଦିଗ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିହେବ ତାହା "ସୁଲଭ ସୂତ୍ର" ସହାୟତାରେ କରିହେଉଥିଲା । ଏହା ଜ୍ୟାମିତିର ଅଧ୍ୟୟନକୁ କ୍ଷିପ୍ରତର କଲା ।

ଜ୍ୟାମିତି ଏକ ବିଭାଗ

ଗ୍ରୀକ୍‌ମାନେ ପ୍ରାଚୀନ ଇଜିପ୍‌ଟ୍‌ବାସୀଙ୍କୁ ମୃତ୍ତିକା ମପାଳୀ (ଜିଓମେଟରସ୍) ରୂପେ ଅଭିହିତ କରିଥିଲେ (ଗ୍ରୀକ୍ ଭାଷାରେ ଜିଓ-ମୃତ୍ତିକା, ମେଟ୍ରିଆ-ମାପ) । ମୃତ୍ତିକା ମପାଳୀମାନେ ତ୍ରିଭୁଜ, ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର, ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ଏପରିକି ବୃତ୍ତ ସମ୍ପର୍କରେ ମଧ୍ୟ ଯଥେଷ୍ଟ ଜ୍ଞାନ ଆହରଣ କରିଥିଲେ । ଏଥିଯୋଗୁଁ ହିଁ ଗ୍ରୀକ୍‌ମାନେ ପୂର୍ବୋକ୍ତ ମନ୍ତବ୍ୟ ଦେଇଥିଲେ । ଅନ୍ୟପକ୍ଷରେ ଗ୍ରୀକ୍‌ମାନେ ଇଜିପ୍‌ଟବାସୀଙ୍କ କେତେକ ନିୟମ ସଂଶୋଧନ କରିବା ସହିତ କେତେକ ଜ୍ୟାମିତିକ ଚିତ୍ର ମଧ୍ୟସ୍ଥ ସମ୍ବନ୍ଧ ଅଧ୍ୟୟନକରି ସେମାନଙ୍କର ଅଗ୍ରଗତିର ପରିଚୟ ଦେଇଥିଲେ । 2500 ବର୍ଷ ତଳେ ଗ୍ରୀକ୍ ଗଣିତଜ୍ଞ ଥାଲସ୍ (ଚିତ୍ର-27) ଆବିଷ୍କାର କରିଥିଲେ ଯେ କୌଣସି ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସ ତାହାକୁ ସମାନ ଦୁଇଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କରେ । ସେ ଆଉ ମଧ୍ୟ ଦେଖିଥିଲେ ଦୁଇଟି ସରଳରେଖା ପରସ୍ପରକୁ ଯେଉଁଭଳି ଛେଦକଲେ ମଧ୍ୟ ପ୍ରତୀପ କୋଣଗୁଡ଼ିକ ପରସ୍ପର ସମାନ । ଏହା ଫଳରେ ଗ୍ରୀକ୍‌ମାନେ ଜ୍ୟାମିତିକୁ କେବଳ ଜମି ମାପରେ ବ୍ୟବହାର ନକରି ମହାକାଶର ବିଭିନ୍ନ କ୍ଷେତ୍ରରେ ପ୍ରୟୋଗ କରିବାକୁ ଆଗଭର ହେଲେ । ଥାଲସ୍‌ଙ୍କ ପରେ ଗ୍ରୀକ୍ ଗଣିତଜ୍ଞ



ଚିତ୍ର.27


ଚିତ୍ର.24

ପିଥାଗୋରସ୍ ଜ୍ୟାମିତିକ ଚିତ୍ର ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମ୍ବନ୍ଧ ଆବିଷ୍କାର ଓ ପ୍ରମାଣ କଲେ ।

ଖ୍ରୀ.ପୂ ଚତୁର୍ଥ ଶତକ ବେଳକୁ ତ୍ରିଭୁଜ, ବୃତ୍ତ ଇତ୍ୟାଦି ଜ୍ୟାମିତିକ ଚିତ୍ରକୁ ନେଇ ଅନେକ ତତ୍ତ୍ୱ ଓ ତଥ୍ୟ ମିଳିସାରିଥିଲା । ମାତ୍ର କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ ସଂଯୋଜିତ ହୋଇପାରି ନଥିଲା । ଗ୍ରୀକ୍ ଗଣିତଜ୍ଞ ୟୁକ୍ଲିଡ୍ (ଚିତ୍ର-24) ଯିଏ କି ଖ୍ରୀ.ପୂ 300 ରେ ଆଲେକ୍‌ଜାଣ୍ଡ୍ରିଆ ଯାଦୁଘରେ ପଢ଼ାଉଥିଲେ ସେ ହିଁ ତାଙ୍କର "ସାଧାରଣ ଜ୍ୟାମିତି" ପୁସ୍ତକ ମାଧ୍ୟମରେ ଏକ ତର୍କ ସମ୍ମଳିତ ଜ୍ୟାମିତିକ ବିକାଶ ଦର୍ଶାଇଲେ । ଜ୍ୟାମିତିକ ଚିତ୍ର ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଉପପାଦ୍ୟଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରମାଣିତ କରିବା ନିମନ୍ତେ ସେ ସଂଜ୍ଞା, ପ୍ରକଳ୍ପ ଇତ୍ୟାଦିର ସହାୟତା ନେଲେ । ଏତଦ୍‌ଭିନ୍ନ ସେ ଏକ ନୂତନ ପ୍ରଣାଳୀ ପ୍ରଦାନକଲେ ଯାହା ମାଧ୍ୟମରେ ଗଣିତର ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ବିଭାଗର ବିକାଶ ନିମନ୍ତେ ଏକ ନମୁନା ମିଳିପାରିଲା । ଏହି ପ୍ରଣାଳୀର ଗୁରୁତ୍ୱ ଆଜି ମଧ୍ୟ ହ୍ରାସ ପାଇନାହିଁ ।


ଚିତ୍ର.25

ସର୍ବସମତା ଏବଂ ସାଦୃଶ୍ୟ

ଜ୍ୟାମିତିର ସମସ୍ତ ବିଧି ମଧ୍ୟରୁ ସର୍ବସମତା ଏବଂ ସାଦୃଶ୍ୟ ଦୁଇଟି ଖୁବ୍ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ବିଧି । ସେ ଦୁଇଟି ଦ୍ୱାରା ଆମ କ୍ରିୟାଶୀଳତାର ଭିତ୍ତି ଗଠିତ । ଏବେ ଦେଖିବା ତାହା କିପରି ହୋଇଛି ।

ସର୍ବସମତା

ଖଣ୍ଡିଏ କାଗଜ ନିଅ । ଏହାକୁ ଏକ ରେଖା ଭାଙ୍ଗ । ଭଙ୍ଗା ଯାଇଥିବା କାଗଜରୁ ଖଣ୍ଡିଏ ଚିତ୍ର କାଟ । ଏହା ଫଳରେ ଦୁଇଟି ଚିତ୍ର ମିଳିବ ଯେଉଁମାନଙ୍କ ଭିତରେ ଅନେକ ସମତା ଥିବ । ଦୁଇଟି ସମତଳ ଚିତ୍ରକୁ ସର୍ବସମ କୁହାଯିବ ଯଦି ସେମାନେ ପରସ୍ପର ସହ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଖାପ ଖାଉଥିବେ (ଚିତ୍ର-୨୨) । ଏକ ତାସ୍ ମୁଠା ବିଚାରକୁ ନିଅ । ତାସ୍‌ଗୁଡ଼ିକ ସର୍ବସମ । ସେମାନେ ପରସ୍ପର ଉପରେ ସଠିକ୍ ଭାବେ ଖାପ ଖାଇ ରହନ୍ତି । ତେବେ ସେ ଯାହାହେଉ ଗୋଟିକ ଉପରେ ଆଉ ଗୋଟିକୁ ଖାପ୍ ଖୁଆଇବାର ପ୍ରକ୍ରିୟା ଦୁଇଟି ଚିତ୍ରର ସର୍ବସମତା ପ୍ରଦର୍ଶନ କରିବା ନିମନ୍ତେ ନିତାନ୍ତ ଆବଶ୍ୟକ ନୁହେଁ । ଏକ-ଏକ ଯୋଗାଯୋଗ ପ୍ରତିଷ୍ଠା ଏବଂ ଚିତ୍ରର ଉପାଦାନମାନଙ୍କର ପରିମାପ ମାଧ୍ୟମରେ ସର୍ବସମତା ପ୍ରତିଷ୍ଠିତ ହୋଇପାରିବ । ଯଦି ଦୁଇଟି ତ୍ରିଭୁଜର କୋଣ ଓ ବାହୁଗୁଡ଼ିକ ପରସ୍ପର ସମାନ ହୁଅନ୍ତି ତେବେ ସେ ଦୁହିଁକୁ ସର୍ବସମ କୁହାଯାଏ । ଅତଏବ ଦୁଇଟି ତ୍ରିଭୁଜ ସେତିକିବେଳେ ସର୍ବସମ ହେବେ ଯେତେବେଳେ ସେ ଦୁହିଁଙ୍କର ବାହୁ ଓ କୋଣମାନେ ସର୍ବସମ ହେବେ । କୋଣ ଓ ବାହୁମାନଙ୍କର ସର୍ବସମତା ନିମ୍ନୋକ୍ତ ସଂଜ୍ଞା ଦ୍ୱାରା ପ୍ରତିଷ୍ଠିତ ହୁଏ । ବାହୁମାନେ ସର୍ବସମ ହେବେ ଯେତେବେଳେ ସେମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ହେବ ଏବଂ କୋଣମାନେ ସର୍ବସମ ହେବେ ଯେତେବେଳେ ସେମାନଙ୍କର ମାପ ସମାନ ହେବ ।

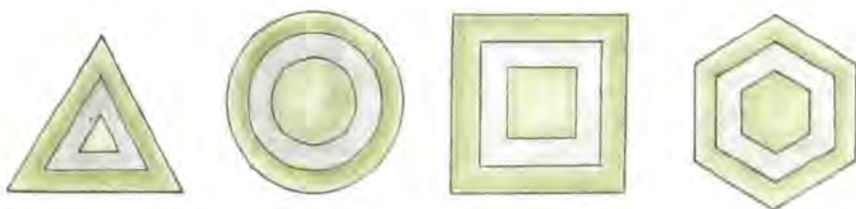
ଆଗ୍ରହର କଥା ହେଲା ଦୁଇଟି ତ୍ରିଭୁଜର ସର୍ବସମତା ପ୍ରତିଷ୍ଠା କରିବା ନିମନ୍ତେ ସମୁଦାୟ ଛଅଟି ଉପାଦାନର ସର୍ବସମତା ପରିବର୍ତ୍ତେ ତିନୋଟିର ସର୍ବସମତା ଯଥେଷ୍ଟ । ଏଥି ନିମନ୍ତେ ଦୁଇଟି ସର୍ତ୍ତ ଅଛି । ପ୍ରଥମତଃ ତିନୋଟି ଉପାଦାନରେ ଅନ୍ତତଃ ପକ୍ଷେ ଗୋଟିଏ ବାହୁଥିବ ଦ୍ୱିତୀୟତଃ ଯଦି ଉପାଦାନ ମଧ୍ୟରେ ଗୋଟିଏ କୋଣ ଥାଏ ତେବେ ନିଶ୍ଚିତ ରୂପେ ଦୁଇଟି ବାହୁ ଥିବ । ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜ ନିମନ୍ତେ ସର୍ତ୍ତ ସଂଖ୍ୟା 5 $(2 \times 4 - 3)$, ପଞ୍ଚଭୁଜ ନିମନ୍ତେ 7 $(2 \times 5 - 3)$ ହେବା ଉଚିତ୍ । ସାଧାରଣ ଅର୍ଥରେ 3 ବାହୁ ସମ୍ପନ୍ନ ଏକ ବହୁଭୁଜ ନିମନ୍ତେ ଆବଶ୍ୟକ ସର୍ତ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ହେଲା $2n - 3$ । ଦୁଇଟି ବୃତ୍ତ ସର୍ବସମ ହେବେ ଯଦି ସେମାନଙ୍କର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ସମାନ ହୁଏ । ସେହିଭଳି ସମବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରଗୁଡ଼ିକ ସର୍ବସମ ।

ତୁମେ ପଚାରିପାର "ସର୍ବସମତା" ସହିତ ଆମ ବାସ୍ତବ ଜୀବନର କିଛି ସମ୍ବନ୍ଧ ଅଛି କି ? ଉତ୍ତର ଖୁବ୍ ସ୍ୱାଭାବିକ "ହଁ" । ଅବଶ୍ୟ ଆମର ବାସ୍ତବ ଜୀବନ ଆମର ଦୃଢ଼ ବିଶ୍ୱାସ ଉପରେ ନିର୍ଭରଶୀଳ । ଏହା ମୁଖ୍ୟତଃ ସହଜାତ ପ୍ରବୃତ୍ତି ଓ ବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକର ସର୍ବସମତା ଉପରେ ମଧ୍ୟ ନିର୍ଭର କରେ । କାର, ରେଡିଓ, ଦୂରଦର୍ଶନ, ଖେଳନା ଇତ୍ୟାଦି ନିତ୍ୟ ବ୍ୟବହାର୍ଯ୍ୟ ବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକ

ମଧ୍ୟରେ ଏକ ପ୍ରକାର ଗଠନଗତି ସର୍ବସମତା ଅଛି । ଏକ ଘଣ୍ଟାର ଗଠନ ନିମନ୍ତେ ଛୋଟ ଛୋଟ କଣ୍ଟା ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା ଜରୁରୀ । ଗୋଟିଏ କଣ୍ଟା ଆଉ ଗୋଟିକ ସହ ସର୍ବତୋଭାବେ ସମାନ । ଯନ୍ତ୍ରର ଗୋଟିଏ ଅଂଶ ଆଉ ଗୋଟିକ ଦ୍ୱାରା ବିସ୍ଥାପିତ ହୋଇପାରେ କାରଣ ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ସେଗୁଡ଼ିକ ସର୍ବସମ । ଗୋଟିଏ ବହିର ସମସ୍ତ ପୃଷ୍ଠା ସର୍ବସମ ହୋଇଥିବାରୁ ସେଗୁଡ଼ିକ ଏକତ୍ରକରି ବନ୍ଧେଇ କରିବା ସମ୍ଭବ ହୋଇପାରୁଛି । ଯଦି ଆମେ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପିବାକୁ ଚାହିଁବା ତେବେ ଯେ କୌଣସି ରୁଲରର ସହାୟତା ନେଇପାରିବା କାରଣ ଆମେ ଜାଣିଛେ ଯେ ସବୁ ରୁଲର ସର୍ବସମ ।

ସାଦୃଶ୍ୟ

ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକୁ ଦେଖ । ତ୍ରିଭୁଜଗୁଡ଼ିକ ସମବାହୁ (ଚିତ୍ର-30), ଚତୁର୍ଭୁଜଗୁଡ଼ିକ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର, ଷଡ଼ଭୁଜଗୁଡ଼ିକ



ଚିତ୍ର.30

ସମଭୁଜ ସମ୍ପନ୍ନ । ସଂପୃକ୍ତ କୋଣଗୁଡ଼ିକ ସର୍ବସମ । । ବାହୁଗୁଡ଼ିକ ସମାନ୍ତର ମାତ୍ର ସର୍ବସମ ନୁହନ୍ତି । ଏ ପ୍ରକାର କ୍ଷେତ୍ରରେ ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକ ଏକାପରି ଦିଶନ୍ତି । ଏଗୁଡ଼ିକୁ ସଦୃଶ ଚିତ୍ର କୁହାଯାଏ । ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକ ସଦୃଶ ହେବା ନିମନ୍ତେ ଆବଶ୍ୟକୀୟ ସର୍ତ୍ତ ହେଲା କୋଣଗୁଡ଼ିକ ସର୍ବସମ ହେବେ ଦ୍ୱିତୀୟତଃ ସମ୍ପୃକ୍ତ ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ଅନୁପାତ ସମାନ ହେବ । ଅବଶ୍ୟ ସମସ୍ତ ବୃତ୍ତ ସାଦୃଶ୍ୟଭାବାପନ୍ନ ଅଟନ୍ତି ।

ଚିତ୍ର - 31 ର ଅଙ୍କନ ଦେଖ । ଉଭୟ ଅଙ୍କନରେ ଜଣେ ବ୍ୟକ୍ତିକୁ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଆକାରରେ ଚିତ୍ରିତ କରାଯାଇଛି । ଗୋଟିକର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିନ୍ଦୁ ସହିତ ଅନ୍ୟଟିର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିନ୍ଦୁର ଯୋଗ ସୂତ୍ର ଅଛି । ତେବେ ଉଭୟ ଅଙ୍କନରେ ଦୁଇଟି ସମ୍ପୃକ୍ତ ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟସ୍ଥ ଦୂରତା ସମାନ ନୁହେଁ । କ୍ଷୁଦ୍ରତର ଚିତ୍ରରେ ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟସ୍ଥ ଦୂରତାକୁ ସମାନ ଅନୁପାତରେ ହ୍ରାସ କରାଯାଇଛି । ଅନ୍ୟ ଅର୍ଥରେ ଚିତ୍ର ଦ୍ୱୟ ସାଦୃଶ୍ୟ ଭାବାପନ୍ନ ।

ପ୍ରକୃତି ମଧ୍ୟ ଅନେକ ସାଦୃଶ୍ୟପୂର୍ଣ୍ଣ ଆକାର ଗଢ଼ିଥାଏ । ପ୍ରକୃତିରେ ମିଳୁଥିବା ସ୍ଫଟିକ



ଚିତ୍ର.୨୨

ଏହାର ସର୍ବୋତ୍ତମ ଉଦାହରଣ । ସମସ୍ତ ସ୍ଫଟିକର ଆକୃତି ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ରୂପେ ସମାନ ଯଦିଓ ଆକାର ଭିନ୍ନ । ଯଦି ଗୋଟିଏ ସ୍ଫଟିକ ଭାଙ୍ଗି ଛୋଟ ଛୋଟ ସ୍ଫଟିକରେ ପରିଣତ ହୁଏ ତେବେ ସେଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟ ସାଦୃଶ୍ୟପୂର୍ଣ୍ଣ ହୁଅନ୍ତି । ପ୍ରକୃତିରୁ ପ୍ରାପ୍ତ ସାଦୃଶ୍ୟମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ବିଭିନ୍ନ ଆକାରର ସାବୁନ ଫୋଟକା, ଏକାପ୍ରକାରର ଛୋଟବଡ଼ ଫୁଲ, ମହୁଫେଣାର ଷଡ଼କୋଣୀ ଗର୍ତ୍ତ, ପ୍ରଜାପତିମାନଙ୍କ ଡେଣାର ଗଠନ ରୀତି ଇତ୍ୟାଦି ଉଲ୍ଲେଖଯୋଗ୍ୟ ।

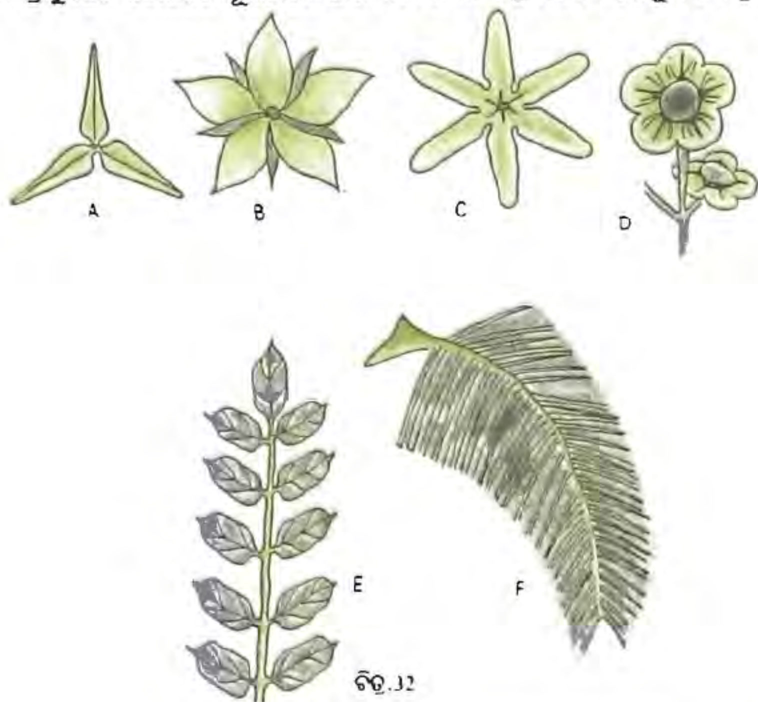
ସାବୁନ ଫୋଟକାଗୁଡ଼ିକ କାହିଁକି ସବୁବେଳେ ଗୋଲକ ଆକାରର ? ଜଳବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ କାହିଁକି ସର୍ବଦା ଗୋଲକ ଆକାରର ? ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ଥଳରେ ବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକ ସର୍ବନିମ୍ନ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଓ ପୃଷ୍ଠଶକ୍ତି ସମ୍ପନ୍ନ ହୁଅନ୍ତି ? ସମ ଆୟତନ ବିଶିଷ୍ଟ ଅନ୍ୟ ଯେ କୌଣସି କଠିନ ପଦାର୍ଥ ଅପେକ୍ଷା ଗୋଲକର ପୃଷ୍ଠତଳ ସର୍ବନିମ୍ନ । ତେଣୁ ସାବୁନ ଫୋଟକା ବା ଜଳବିନ୍ଦୁ ସବୁବେଳେ ଗୋଲକର ଆକାର ଧାରଣ କରନ୍ତି । ଏହି ସମାନ କାରଣରୁ ହିଁ ଗ୍ରହମାନେ ଗୋଲକର ଆକାର ଧାରଣ କରିଛନ୍ତି ।

ସାମଞ୍ଜସ୍ୟ

ଜୀବନରେ ସାମଞ୍ଜସ୍ୟର ଉପଯୋଗିତା ଅଛି କି ? ବାସ୍ତବରେ ଏ ପ୍ରଶ୍ନକୁ ଓଲଟାଇ ପଚାରିବାର ଅଛି । ସାମଞ୍ଜସ୍ୟ ବିନା ଜୀବନ ସମ୍ଭବ କି ? ଏବେ ଏହି ପ୍ରଶ୍ନର ବିଶଦ ଉତ୍ତର ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା ।

ଚିତ୍ର - 32 କୁ ଦେଖ । ଏଥିରେ ପତ୍ର, ଶାଖା ବା ଫୁଲର ପାଖୁଡ଼ାମାନଙ୍କର ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ସଂଯୋଜନ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ହୋଇଛି । ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ସଂଯୋଜନ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ହୋଇଛି । ବିଭିନ୍ନ ଆକାର ଯଥା : ତ୍ରିଭୁଜ, ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର, ପଞ୍ଚକୋଣୀ, ଷଡକୋଣୀ ବା ବୃତ୍ତ ଇତ୍ୟାଦି ସମ୍ପର୍କରେ ଆମେ ଉତ୍ତମ ରୂପେ ଅବଗତ । ବାସ୍ତବରେ ପ୍ରକୃତି ହିଁ ମଣିଷକୁ ଏ ସବୁ ଆକୃତି ସମ୍ବନ୍ଧରେ ସୂଚନା ଦେଇଛି । ଏହି ଆକୃତିଗୁଡ଼ିକରେ ଏକ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ସାମଞ୍ଜସ୍ୟ ପରିଲକ୍ଷିତ ହୁଏ । ସାମଞ୍ଜସ୍ୟ ବୋଇଲେ ଗୋଟିଏ ଚିତ୍ରର ବିଭିନ୍ନ ଅଂଶ ସହିତ ଆଉ ଗୋଟିକର ବିନ୍ଦୁ ବା ରେଖା ଭିତ୍ତିକ ସର୍ବସମତାକୁ ବୁଝାଏ ।

ଚିତ୍ର - 23 : a କୁ ବିଚାର କରାଯାଉ । ଏହି ଚିତ୍ର ତା'ର କେନ୍ଦ୍ର ଓ ପତ୍ରର ସ୍ଥାନାଙ୍କ ମଧ ଦେଇ ଯାଉଥିବା ଭୂଲମ୍ବ ରେଖାକୁ ଭିତ୍ତିକରି ସାମଞ୍ଜସ୍ୟ ଦର୍ଶାଉଅଛି । ଏହି ଚିତ୍ରକୁ 120° କୋଣରେ ଘୂରାଇଲେ ଆଉ ଏକ ସମାନ ଚିତ୍ର ମିଳିବ । ତେଣୁ ଏହି ଚିତ୍ରର



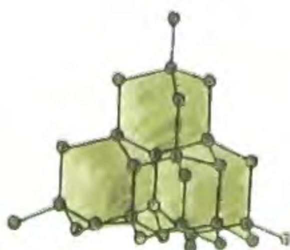
ଚିତ୍ର.32

















ଚିତ୍ର.33

ସାମଞ୍ଜସ୍ୟ ଉଭୟ ଅକ୍ଷ ଓ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଭିତ୍ତିକ । 32.e ଓ 32.f ଚିତ୍ର ଦ୍ୱୟକୁ ବାଦ୍‌ଦେଲେ ଆଉ ସମସ୍ତ ଚିତ୍ର ଉଭୟ ଅକ୍ଷ ଓ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଭିତ୍ତିକ ସାମଞ୍ଜସ୍ୟ ପ୍ରଦାନ କରୁଛନ୍ତି । ପତ୍ରଗୁଡ଼ିକ କେବଳ ଅକ୍ଷଭିତ୍ତିକ ସାମଞ୍ଜସ୍ୟ ଦର୍ଶାନ୍ତି ।

ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ଅନେକ ପ୍ରାକୃତିକ ବସ୍ତୁରେ ମଧ୍ୟ ସାମଞ୍ଜସ୍ୟ ପରିଲକ୍ଷିତ ହୁଏ । ଖାଇବା ଲୁଣର ସ୍ଫଟିକ ବିଚାରକୁ ନିଆଯାଉ । ସେଗୁଡ଼ିକ ସମଘନାକାର (ଚିତ୍ର - 33.a) । ସମଘନ ବିଭିନ୍ନ ଅକ୍ଷଭିତ୍ତିକ ସାମଞ୍ଜସ୍ୟ ପ୍ରଦାନ କରେ । ରମ୍‌ବିକ ଗନ୍ଧକର ସ୍ଫଟିକ ସମଞ୍ଜସ ସ୍ଫଟିକର ଅନ୍ୟତମ ଉଦାହରଣ (ଚିତ୍ର - 33.b) ।

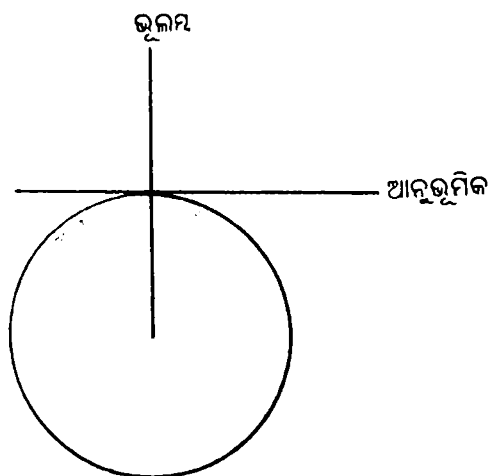
ପ୍ରକୃତିରୁ ପ୍ରାପ୍ତ ଅନ୍ୟତମ ସାମଞ୍ଜସ୍ୟ ଆକୃତି ହେଲା ଟେଟ୍ରାହେଡ୍ରନ୍ । ଅଙ୍ଗାରକ ପରମାଣୁ ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ଟେଟ୍ରାହେଡନ୍‌କୁ ଭିତ୍ତିକରି ଅନେକ ମୂଲ୍ୟବାନ୍ ମଣି ଓ ହୀରାର ଗଠନ ସମ୍ଭବ ହୋଇଛି । ସ୍ଫଟିକର ଟେଟ୍ରାହେଡ୍ରନ୍ ଆକାର ଭିତ୍ତିକ ଅନ୍ୟତମ ସଂରଚନାର ଉପାହରଣ ଦେଲା କ୍ୱାର୍ଜ ।

ପ୍ରକୃତି ଦ୍ୱାରା ନିର୍ବାଚିତ ଅନ୍ୟତମ ସମଞ୍ଜସ ଆକୃତି ହେଲା ଷଡକୋଣୀ । ଅଙ୍ଗାରକ ପରମାଣୁର ଟେଟ୍ରାହେଡ୍ରନ୍ ଭିତ୍ତିକ ସଂରଚନା ହୀରାକୁ କଠିନତମ ପଦାର୍ଥରୂପେ ଗଢ଼ିଥିଲାବେଳେ ଏହାର ଷଡ଼କୋଣୀ ସଂରଚନା ଗ୍ରାଫାଇଟ୍ ସ୍ଫଟିକକୁ ମସୃଣତା ପ୍ରଦାନକରିବା ସହିତ ଏହାକୁ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଯନ୍ତ୍ରମାନଙ୍କରେ ବ୍ୟବହାର ଉପଯୋଗୀ କରିଥାଏ । ମହୁଫେଣାର ଷଡ଼କୋଣୀ ଗର୍ତ୍ତ ସମଞ୍ଜସ ଆକୃତିର ପ୍ରକୃଷ୍ଟ ଉଦାହରଣ (ଚିତ୍ର - 33.e) ।

ସମ୍ଭବତଃ ସବୁଠାରୁ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ପ୍ରାକୃତିକ ସମଞ୍ଜସ ଆକୃତି ହେଉଛି କୁଣ୍ଡଳାକାର ବସ୍ତୁ ଯଦିଓ ଏହା ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣରୂପେ ସାମଞ୍ଜସ୍ୟ ରକ୍ଷା କରିପାରିନାହିଁ । କୁଣ୍ଡଳୀ ଏକ ସିଲିଣ୍ଡର ଚାରିପଟେ ବକ୍ରାକାରେ ଗୁଡ଼ା ହୋଇଥାଏ । ଏହାର ପ୍ରକୃଷ୍ଟ ଉଦାହରଣ ହେଲା ସ୍କ୍ରୁ । ପ୍ରକୃତିରେ କୁଣ୍ଡଳୀର ଅନ୍ୟ ଏକ ଉଦାହରଣ ଦେଖିବାକୁ ମିଳେ ତାହାହେଲା ଗଛ ଚାରିପାଖେ ସ୍ପ୍ରିଂ ଭଳି ଗୁଡ଼େଇ ହେଉଥିବା ଲତା (ଚିତ୍ର - 33.g) । ଆଖିକୁ ସହଜରେ ଦେଖା ଯାଉନଥିବା କୋଷର ଡି.ଏନ୍.ଏ.ର ଅଣୁ ମଧ୍ୟ ଦ୍ୱିକୁଣ୍ଡଳାକାର । ଦ୍ୱିକୁଣ୍ଡଳର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗଣ୍ଠିରେ ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ଶର୍କରା, ଫସ୍‌ଫେଟ୍ ଏବଂ ଯବକ୍ଷାରଜାନ ଅଣୁ ରହିଥାଏ ।

ଘରଭିତରେ ଜ୍ୟାମିତି

ଏ କଥା ସହଜରେ କୁହାଯାଇପାରିବ ଯେ ଆମର ଜୀବନ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ଓ ବୃତ୍ତ ଦ୍ୱାରା ପରିଚାଳିତ । ବହି, ଟେବୁଲ, କପ୍ ବୋର୍ଡ଼, କାନ୍ଥ, ଚଟାଣ, ଛାତ, ମୁଦ୍ରା, କପ୍ ଓ ପ୍ଲେଟ୍ ଇତ୍ୟାଦିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକଲେ ଉପରୋକ୍ତ କଥାର ସତ୍ୟତା ଉପଲବ୍ଧ କରିହେବ । ବଢ଼େଇକୁ ଡାକ । ସେ ତାର ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର୍ ଓ ରୁଲର୍ ଧରି ପହଞ୍ଚିବ । ରାଜମିସ୍ତ୍ରୀକୁ ଡାକ ସେ ତା'ର ସ୍ପିରିଟ୍ ଲେଭଲ ଓ ଓଳମ ଧରି ଆସିଯିବ । ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର ଓ ଓଳମର ଆବଶ୍ୟକତା କ'ଣ ?

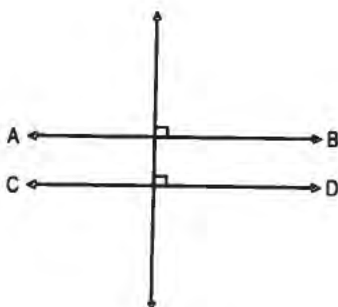


ଚିତ୍ର.34

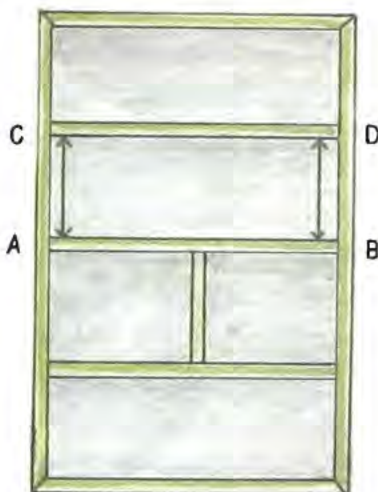
କାରଣ ଖୁବ୍ ସରଳ । ପୃଥିବୀର ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣ ଏବଂ ତା'ର ଗୋଲକ ଆକୃତି ଆମକୁ ଦୁଇଟି ଦିଗ ବ୍ୟବହାର କରିବାକୁ ବାଧ୍ୟକରେ ଯଥା :- ଆନୁଭୂମିକ ଓ ଭୂଲମ୍ବ । ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣ ବଳ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବସ୍ତୁକୁ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଦେଇ ତା'ର କେନ୍ଦ୍ରଆଡ଼କୁ ଆକର୍ଷଣ କରେ । ପୃଥିବୀର ପୃଷ୍ଠପ୍ରତି କୌଣସି ସ୍ପର୍ଶକ ସମତଳ ନେଲେ ତାହା ତା'ର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ହେବ । ସେହି ସମତଳକୁ ଆନୁଭୂମିକ ଏବଂ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଭିତ୍ତିକ ରେଖାକୁ ଭୂଲମ୍ବ କୁହାଯାଏ (ଚିତ୍ର - 34) । କୌଣସି ବସ୍ତୁକୁ ଭୂମି ଉପରେ ରଖିଲେ ତାହା ସ୍ଥିରଭାବେ ରହିବ ଯଦି ସେ ସ୍ଥାନର ପୃଷ୍ଠ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଆନୁଭୂମିକ ହୋଇଥାଏ । ଏକ ଅସମତଳ ପୃଷ୍ଠ ଉପରେ ଗୋଟିଏ ପେଣ୍ଡୁ ରଖ ଏହା ନୁଆଁଣିଆ ଅଞ୍ଚଳକୁ ଗଡ଼ିଯିବ । ସେହି ପୃଷ୍ଠଉପରେ ପାଣି ଢାଳିଲେ ମଧ୍ୟ ତାହା ନୁଆଁଣିଆ ଅଞ୍ଚଳକୁ ଗଡ଼ିଯିବ । ଯଦି ଗୋଟିଏ କୋଠାର କାନ୍ଥ ଓ ସ୍ତମ୍ଭଗୁଡ଼ିକ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଭୂଲମ୍ବଭାବେ ଗଢ଼ା ହୋଇନଥାଏ ତେବେ ତାହା ସ୍ଥାୟୀ ହେବାର ସମ୍ଭାବନା କମ୍ । ତେଣୁ ଆନୁଭୂମିକ ଓ ଭୂଲମ୍ବ ଦିଗ ବ୍ୟବହାର କରିବା ନିମନ୍ତେ ସ୍ୱୟଂ ପ୍ରକୃତି ଆମକୁ ବାଧ୍ୟକରେ ।

ଗୋଟିଏ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ଗଠନ ଓ ବ୍ୟବହାର ଖୁବ୍ ସରଳ । ଏହା ଏକ ଉପଯୋଗୀ ଆକୃତି । ବଢ଼େଇର ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାରରେ ଏକ ସ୍ଥାୟୀ ସମକୋଣର ବନ୍ଦୋବସ୍ତ ହୋଇଥାଏ । ଏହା ଫଳରେ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ଓ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ସମକୋଣ ଆଙ୍କିବାରେ କୌଣସି ସମସ୍ୟା ହୁଏନାହିଁ । ଏହା ମଧ୍ୟ ଗୋଟିଏ ରେଖାର ଯେ କୌଣସି ସ୍ଥାନରେ ସମକୋଣ ଆଙ୍କିବା ଏବଂ ସମାନ୍ତର ରେଖା ଟାଣିବାରେ ସହାୟତା କରେ (ଚିତ୍ର - 35) ।

ଯେତେବେଳେ ବଢ଼େଇ କପ୍ ବୋର୍ଡ଼ରେ ପଟା ଲଗାଏ ସେ ଲକ୍ଷ୍ୟ ରଖେ ଯେ AC ଓ BD ର ଦୂରତା ସମାନ ହେଉ ଯେପରି AB ଓ CD ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ସମାନ୍ତର ହେବେ । ସନ୍ତୁଳନ ରକ୍ଷାକରିବା ନିମନ୍ତେ ପଟାଗୁଡ଼ିକ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣରୂପେ ସମାନ୍ତର ଓ ଆନୁଭୂମିକ ହେବା ଆବଶ୍ୟକ (ଚିତ୍ର - 36) । ରାଜମିସ୍ତ୍ରୀର ସ୍ପିରିଟ୍ ଲେଭଲ୍ ଓ ଓଳମ ଠିକ୍ ଏହି ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟରେ ବ୍ୟବହୃତ ହୁଏ । ଅର୍ଥାତ୍ କୌଣସି ବ୍ୟବସ୍ଥାର ଭୂଲମ୍ବତା ଓ ଆନୁଭୂମିକତା ରକ୍ଷା ନିମନ୍ତେ



ଚିତ୍ର.35



ଚିତ୍ର.36

ଏହାର ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ । ଯେ କୌଣସି ତରଳ ପଦାର୍ଥର ମୁକ୍ତ ପୃଷ୍ଠ ସବୁବେଳେ ଆନୁଭୂମିକ । ତେଣୁ ସ୍ପିରିଟ୍ ଲେଭଲର ବାୟୁ ଫୋଟକା ସୂଚାଇଦିଏ କୌଣସି ସମତଳ ଆନୁଭୂମିକ କି ନା । ଅନ୍ୟପକ୍ଷରେ କୌଣସି ପୃଷ୍ଠ ବା ରେଖା ଭୂଲମ୍ବ କି ନା ତାହା ଓଳମ ଦ୍ୱାରା ଜଣାଯାଏ (ଚିତ୍ର - 26.a) ।

ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ମପାଯାଉଥିବା କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଓ ଆୟତନ ଜ୍ୟାମିତିକ ସୂତ୍ରକୁ ଆଧାରକରି ସମ୍ପାଦିତ ହୋଇଥାଏ । ବଢ଼େଇ, ରାଜମିସ୍ତ୍ରୀ, ଚିତ୍ରକର, ମାଟି ଖୋଳୁଥିବା ବା ପଥର ଗଢ଼ା କରୁଥିବା ଶ୍ରମିକ ସମସ୍ତେ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଓ ଆୟତନର ପରିମାପ କରିଥାନ୍ତି ।

ଆମର ଉଦ୍‌ବେଗକୁ ପ୍ରଶମିତ କରିବାପାଇଁ ଜ୍ୟାମିତି ଆମ ପ୍ରଶ୍ନର ଯଥାର୍ଥ ଉତ୍ତର ଦେଇପାରିବ । ଧରାଯାଉ 2 ମିଟର ଉଚ୍ଚ ଜଣେ ବ୍ୟକ୍ତି ମାଟି ଉପରେ ଠିଆ ହୋଇଛି । ସେ ଅନୁଭୂମି ଠାରୁ କେତେ ଦୂରରେ ଅଛି ?

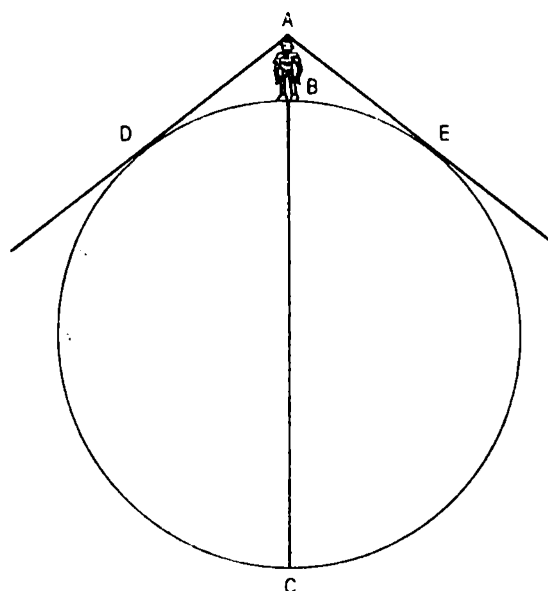
ଚିତ୍ର - 37 କୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର । ଏହା ମାପାଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ଅଙ୍କିତ ହୋଇନାହିଁ । ତଥାପି ଏହା ଦ୍ୱାରା ଆମର ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ସାଧିତ ହୋଇପାରିବ । ମନେକର AB ମଣିଷଟିର ଉଚ୍ଚତା ହେଉ । ତେଣୁ AB = 2 ମିଟର । ମନେକର BC ପୃଥିବୀର ବ୍ୟାସ ହେଉ । ତେଣୁ BC = $13{,}400 \times 10^{3}$ ମିଟର ।

ମନେକର D ଏବଂ E ଅନୁଭୂମି ଉପରେ ଅବସ୍ଥିତ ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ । ଏବେ ଆମକୁ

BD ବା BE ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ । ବର୍ତ୍ତମାନ ବୃତ୍ତର ଏକ ଉପପାଦ୍ୟ ଅନୁସାରେ

$$(AD)^2 = (AB) \times (AC)$$
$$(AD)^2 = 2 \times 13{,}400 \times 10^3$$
$$= 268 \times 10^5 \text{ ମି}$$
$$AD = \sqrt{26.8 \times 10^6} = \sqrt{26.8} \times 10^3 \text{ ମି}$$
$$= 5.176 \times 10^3 \text{ ମିଟର} = 5.176 \text{ କିଲୋ ମିଟର}$$

ବର୍ତ୍ତମାନ D ବିନ୍ଦୁର ଦୂରତା ଏତେ ଯେ BD ଏବଂ AD ର ଦୂରତା ସମାନ ବୋଲି ଆମେ କହିପାରିବା । ତେଣୁ BD = 5.176 କିଲୋମିଟର । ଅତଏବ 2 ମିଟର ଉଚ୍ଚତା ସମ୍ପନ୍ନ ଜଣେବ୍ୟକ୍ତି ଅନୁଭୂମିଠାରୁ 5.176 କି:ମି ଦୂରରେ ଥାଏ ।



ଚିତ୍ର.37

ଦୂରଦର୍ଶନ ସ୍ତମ୍ଭର ଉଚ୍ଚତା କଥା ଚିନ୍ତାକଲେ ଏ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ସାଧାରଣମଣିଷର ଉଦ୍‌ବେଗ ଖୁବ୍ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ମନେହୁଏ । ଦୂରଦର୍ଶନ କେନ୍ଦ୍ରରୁ କୌଣସି କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମ ପ୍ରସାରକରିବା ନିମନ୍ତେ ଏହାର ସ୍ତମ୍ଭର ଉଚ୍ଚତା କେତେ ହେବା ଆବଶ୍ୟକ ? ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ 200 ମିଟର ଉଚ୍ଚ ଏକ ଦୂରଦର୍ଶନ ସ୍ତମ୍ଭର ଅନୁଭୂମି 5.176×10^4 ମିଟର ଅର୍ଥାତ୍ 51.76 କି:ମି ଦୂରରେ ରହିବ । ତେଣୁ ପ୍ରାୟ 52 କି:ମି ଦୂରତାକୁ କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମ ପ୍ରସାରକରିବା ନିମନ୍ତେ ଦୂରଦର୍ଶନ ସ୍ତମ୍ଭର ଉଚ୍ଚତା 200 ମିଟର ହେବା ଆବଶ୍ୟକ ।

6

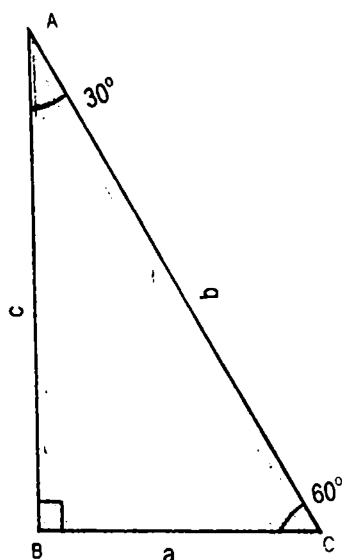
ତ୍ରିକୋଣମିତି

ତିନିକୋଣର ପରିମାଣ ବା ତ୍ରିକୋଣମିତି ହେଉଛି ଜ୍ୟାମିତିର ଏକ ପ୍ରମୁଖ ବିଭାବ । ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର କିଛି ଅଂଶ ସମ୍ପର୍କରେ ଧାରଣା ଥିଲେ ତ୍ରିକୋଣମିତି ପ୍ରୟୋଗକରି ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ଅଂଶଗୁଡ଼ିକୁ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିହେବ ଏବଂ ବିଭିନ୍ନ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ କରିହେବ । ନିମ୍ନଲିଖିତ ପରିସ୍ଥିତିଗୁଡ଼ିକୁ ବିଚାରକୁ ନିଆଯାଉ ।

- ଉଦ୍ୟାନରେ ଗୋଟିଏ ସୁନ୍ଦର ତାଳଗଛ ଅଛି । ଏହାର ସୌନ୍ଦର୍ଯ୍ୟ ଉପଭୋଗ କରୁ କରୁ ଦର୍ଶକମାନେ ଏହାର ଉଚ୍ଚତାକୁ ନେଇ ବିସ୍ମିତ ହୁଅନ୍ତି । ଶୀର୍ଷ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଆରୋହଣ ନକରି ଏହାର ଉଚ୍ଚତା ମପାଯାଇ ପାରିବ କି ?
- ଗୋଟିଏ ପ୍ରଶସ୍ତ ନଦୀର କୂଳରେ ଠିଆହୋଇ ଜଣେ ବ୍ୟକ୍ତି ତାକୁ ଅତିକ୍ରମ ନକରି ତା'ର ପ୍ରସ୍ଥ ଜାଣିବାକୁ ଚାହାଁନ୍ତି ।
- ଗୋଟିଏ ଦୁର୍ଗମ ଅଧିତ୍ୟକାର ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ କଲାବେଳେ ଜଣେ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷକ ନିଜଠାରୁ ଅନେକ ଦୂରରେ ଥିବା ଏକ ଦୁରଧିଗମ୍ୟ ଗଛ ଓ ନିଜ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ଦୂରତାକୁ ଜାଣିବାକୁ ଚାହିଁଲେ ।

ଉପରୋକ୍ତ ପରିସ୍ଥିତିଗୁଡ଼ିକ ଖୁବ୍ ସାଧାରଣ ଏବଂ ତ୍ରିଭୁଜର ଗୁଣବତ୍ତାକୁ ବିଚାରକୁ ନେଇ ଏଗୁଡ଼ିକର ସମାଧାନ କରାଯାଇପାରିବ । ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁ ଓ କୋଣମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମ୍ପର୍କକୁ ନେଇ ଗଣିତର ଏକ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଶାଖା ବିକଶିତ ହୋଇଛି । ଏହି ଶାଖା ତ୍ରିକୋଣମିତି ନାମରେ ପରିଚିତ । ଏବେ ଦେଖାଯାଉ ଉପରୋକ୍ତ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ କ୍ଷେତ୍ରରେ ତ୍ରିକୋଣମିତି ଆମକୁ କି ପ୍ରକାର ସାହାଯ୍ୟ କରୁଛି ।

ଗୋଟିଏ ସରଳ ତ୍ରିଭୁଜ ABC ବିଚାରକୁ ନିଆଯାଉ ଯାହାର ଗୋଟିଏ କୋଣ ସମକୋଣ (ଚିତ୍ର - ୩୪) । ମନେକର $\angle B = 90^0$, $\angle A = 30^0$ ଏବଂ $\angle C = 60^0$ ଅଟେ । a, b, c ଚିତ୍ରରେ ଦେଖାହେଲାପରି ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁତ୍ରୟ ହେଉ । ବର୍ତ୍ତମାନ ତ୍ରିଭୁଜର ଏକ ପ୍ରକୃତି ଅନୁସାରେ $a = \frac{b}{2}$ । ପିଥାଗୋରସ୍‌ଙ୍କ ଉପପାଦ୍ୟରୁ ଆମେ ପାଉ $c^2 = b^2 - a^2$ ଅର୍ଥାତ୍ $c^2 = b^2 - \frac{b^2}{4} = \frac{3}{4} b^2$ । ତେଣୁ $c = \sqrt{\frac{3^b}{2}}$ । ଅତଏବ ଦତ୍ତ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁ ତ୍ରୟ ହେଲେ



ଚିତ୍ର.38

b, $\frac{b}{2}$ ଏବଂ $\sqrt{\frac{3b}{2}}$ । ତେଣୁ ଯଦି ଆମେ ABC ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁମାନଙ୍କର ଅନୁପାତକୁ ବିଚାରକୁ ନେବା ତେବେ

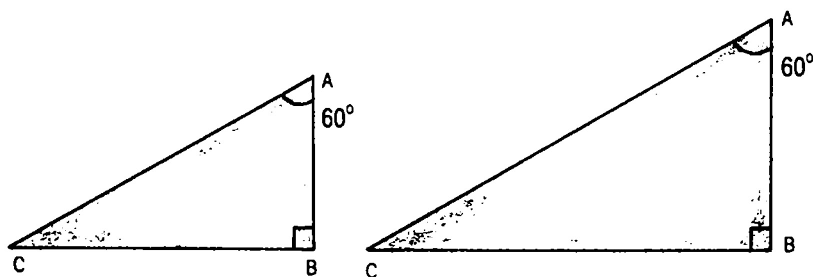
$\frac{a}{b}=\frac{1}{2}$, $\frac{c}{b}=\sqrt{\frac{3}{2}}$ ଏବଂ

$\frac{c}{a}=\sqrt{3}$ ହେବ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ସ୍ପଷ୍ଟ ଜାଣିପାରିବା ଯେ ଉପରୋକ୍ତ ଅନୁପାତଗୁଡ଼ିକର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ । କୋଣଗୁଡ଼ିକୁ ବିଚାରକୁ ନେଇ ଏହି ଅନୁପାତଗୁଡ଼ିକର ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ନାମକରଣ ହୋଇଛି । ଯଦି $\angle c =$ 60° କୁ ବିଚାରକୁ ନିଆଯାଏ ତେବେ $\frac{a}{b}$ କୁ $\angle c$ ର କୋସାଇନ୍, $\frac{c}{b}$ କୁ $\angle c$ ର ସାଇନ୍ ଏବଂ $\frac{c}{a}$ କୁ $\angle c$ ର ଟ୍ୟାନ୍‌ଜେଣ୍ଟ ବୋଲି କୁହାଯିବ । ସୁବିଧା ଦୃଷ୍ଟିରୁ ଏହି ଅନୁପାତଗୁଡ଼ିକୁ ଓ cos, sin, tan ରୂପେ ଗ୍ରହଣ କରାଯାଏ । ଏଠାରେ,

$$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}, \sin 60^\circ = \sqrt{\frac{3}{2}}, \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

ଏଠି ଗୁରତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ କଥା ହେଲା ଯେ ଏହି ଅନୁପାତଗୁଡ଼ିକର ମୂଲ୍ୟ ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଉପରେ ନିର୍ଭରକରିବା ପରିବର୍ତ୍ତେ କୋଣ ଉପରେ ନିର୍ଭରକରେ । ତେଣୁ ଚିତ୍ର - 39 ରେ



ଚିତ୍ର.୩୯

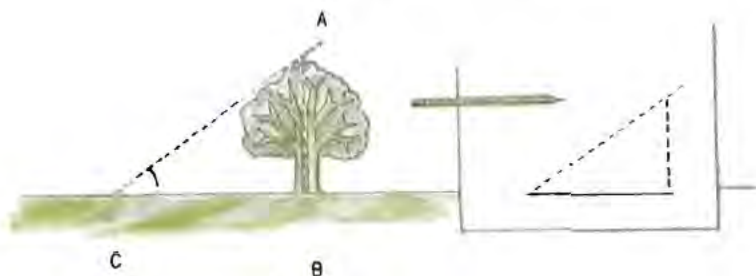
$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ । 0° ଠାରୁ 90° ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଏହି କୋଣମାନଙ୍କର ମୂଲ୍ୟ ବାହାର କରାଯାଇଛି ଏବଂ ଏକ ସାରଣୀ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରାଯାଇଛି । ଏହି ସାରଣୀକୁ ତ୍ରିକୋଣମିତିକ ସାରଣୀ କୁହାଯାଏ । ଏହି ସାରଣୀଗୁଡ଼ିକୁ ପ୍ରୟୋଗକରି ଆମେ ଯେ କୌଣସି ଅନୁପାତର ମୂଲ୍ୟ ପାଇପାରିବା । ଚିତ୍ରକୁ ବିଚାରକୁ ନେଇ ଆମେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ମୂଲ୍ୟଗୁଡ଼ିକ ପାଇବା ।

$$\cos 60^0 = 0.5000,\ \sin 60^0 = 0.8660,\ \tan 60^0 = 1.7321\ .$$

ସଠିକ୍ ତ୍ରିକୋଣମିତିକ ସାରଣୀ ପ୍ରସ୍ତୁତକରିବା ଏକ କଷ୍ଟକର କାର୍ଯ୍ୟ । ଅତୀତରେ ବହୁ ପ୍ରବୀଣ ଗଣିତଜ୍ଞ ଏହାକୁ ନେଇ ଅନେକ ଶ୍ରମ ସ୍ୱୀକାର କରିଛନ୍ତି । ନିକାୟାର୍ ହିପାର୍କସ୍ ନାମକ ଜଣେ ଗ୍ରୀକ୍ ଗଣିତଜ୍ଞ (ଖ୍ରୀ.ପୂ - 150) ପ୍ରଥମେ ଏହି ସାରଣୀଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିଥିଲେ । ସେ ହିଁ ପ୍ରଥମେ ସୂର୍ଯ୍ୟ ଓ ଚନ୍ଦ୍ରର ଆକାର ତଥା ପୃଥିବୀଠାରୁ ସେମାନଙ୍କର ଦୂରତା ମାପିବା ନିମନ୍ତେ ପ୍ରୟାସ କରିଥିଲେ । ସେ ଗଣିତର ଏପରି ଏକ ଶାଖାର ବିକାଶ ଚାହୁଁଥିଲେ ଯାହା ମାଧ୍ୟମରେ ପୃଥିବୀକୁ ଭିତ୍ତିକରି ମହାକାଶର ବିଭିନ୍ନ ବସ୍ତୁର ପରିମାପ ସମ୍ଭବ ହେବ । ତ୍ରିକୋଣମିତିର ଉଦ୍ଭାବନ ନିମନ୍ତେ ସେ ହିଁ ଦାୟୀ ଥିଲେ ।

ସମସ୍ୟା ସମାଧାନରେ ଆମକୁ ତ୍ରିକୋଣମିତି କେତେଦୂର ସାହାଯ୍ୟ କରେ ? ତ୍ରିଭୁଜୀକରଣ ମାଧ୍ୟମରେ ହୁଏତ ଆମେ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ କରୁ ଯଦ୍ଦ୍ୱାରା ଆମେ ବିଭିନ୍ନ ତ୍ରିଭୁଜର କୋଣ ମାପିବା ସହିତ ତ୍ରିକୋଣମିତିକ ସାରଣୀର ସହାୟତା ନେଉ । ଉପରୋକ୍ତ ପରିସ୍ଥିତିକୁ ସରଳ ଚିତ୍ର ମାଧ୍ୟମରେ ବୁଝିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରାଯାଉ ।

ପ୍ରଥମ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ ନିମନ୍ତେ AB ରେଖା ଦ୍ୱାରା (ଚିତ୍ର - 40) ଗଛକୁ ସୂଚିତ କରାଯାଉ । BC ରେଖା ଭୂମି, $\angle ABC = 90^0$ ଏବଂ BC = 10 ମିଟର ହେଉ । C ସ୍ଥାନରେ ଥିବା ଜଣେ ଦର୍ଶକ ଯେତେବେଳେ ଗଛର ଶୀର୍ଷକୁ ଦୃଷ୍ଟି ପକାଇବ ତାହା ଭୂମି ସହ 60^0 କୋଣ ସୃଷ୍ଟି



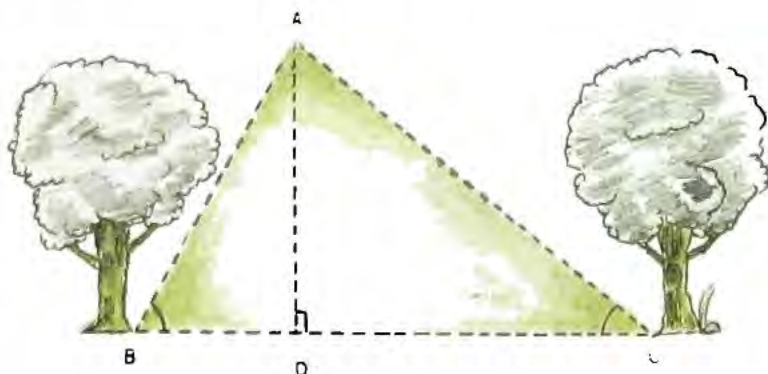
ଚିତ୍ର.40



ଚିତ୍ର.41

କରିବ । ଏଠାରେ $\frac{AB}{BC} = \tan 60^0$ ତେଣୁ, $\frac{AB}{BC} = 1.7321$ମି ତେଣୁ AB = 1.7321 × 10 = 17.321ମି । ଯାହା ହେଉଛି ଗଛର ଉଚ୍ଚତା । ତ୍ରିକୋଣମିତି ମାଧ୍ୟମରେ ଉପରୋକ୍ତ ପ୍ରଶ୍ନଟି କେବଳ ଦୁଇଟି ସରଳ ପରିମାପରେ ପରିଣତ ହୋଇଛି ।

ଦ୍ୱିତୀୟ ପ୍ରଶ୍ନରେ, ଧରାଯାଉ ଦର୍ଶକ ଜଣେ ନଦୀକୂଳରେ B ବିନ୍ଦୁରେ (ଚିତ୍ର - 41) ଠିଆ ହୋଇଛି । ଧରାଯାଉ ସେ ନଦୀର ଅନ୍ୟ କୂଳରେ ଏକ ବିନ୍ଦୁ A (ଯାହା ଗୋଟିଏ ଗଛର ଅବସ୍ଥିତିକୁ ସୂଚାଉଛି)କୁ ବିଚାରକୁ ନେଲା । ABC କୋଣର ପରିମାପ 72° ହେଉ । ବର୍ତ୍ତମାନ ଦର୍ଶକ ଜଣକ ନଦୀବନ୍ଧରେ C ବିନ୍ଦୁ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଯାତ୍ରା କରୁ ଯେପରି ∠ACB = 90° ହେବ । ବର୍ତ୍ତମାନ ABC Δ ରୁ $\frac{AC}{BC} = \tan 72^0$, AC = 30 × tan 72° = 30 × 3.077 = 92.310 । ଅତଏବ ନଦୀର ପ୍ରସ୍ଥ 92.310 ମିଟର ।



ଚିତ୍ର.42

ତୃତୀୟ ପ୍ରଶ୍ନରେ ମନେକର ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷକ B ଏବଂ C ବିନ୍ଦୁ ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ଦୂରତା ମାପି ସାରିଛନ୍ତି । ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ B ଓ C ବିନ୍ଦୁ ଦ୍ୱୟ ଦୁଇଟି ଗଛକୁ ସୂଚାଉଛନ୍ତି (ଚିତ୍ର - 42) । ସେ AB, AC ଏବଂ AD ଦୂରତା ମାପିବାକୁ ଚାହୁଁଛନ୍ତି । ଯେହେତୁ A ବିନ୍ଦୁ ଦୂରସ୍ଥ ସେହେତୁ ଦୂରତାଗୁଡ଼ିକୁ ସିଧାସଳଖ ମାପି ହେବ ନାହିଁ । ସେ କେବଳ ABC ଏବଂ ACB କୋଣ ଦ୍ୱୟ ମାପି ପାରିବେ ।

ମନେକର BC ଦୂରତା 100 ମିଟର, $\angle ABC = 60^0$ ଏବଂ $\angle ACB = 50^0$ ତ୍ରିକୋଣମିତି ସାରଣୀ ଅନୁସାରେ $\tan 60^0 = 1.7321$ ଏବଂ $\tan 50^0 = 1.1918$ । AD ଦୂରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ନିମନ୍ତେ ସେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ସୂତ୍ର ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବେ ।

$$AD = \frac{100\,(\tan 60^0 \times \tan 50^0)}{(\tan 60^0 + \tan 50^0)}$$

$$AD = \frac{100 \times 1.7321 \times 1.1918}{1.7321 + 1.1918} = 70.60 \text{ ମିଟର}$$

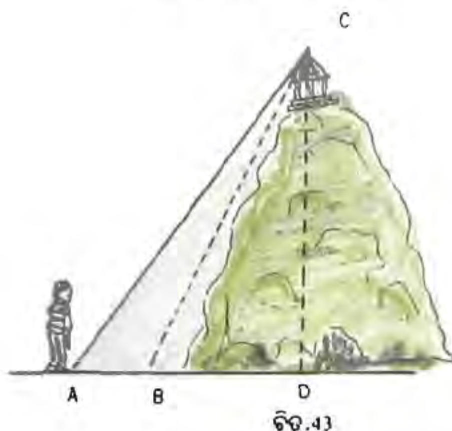
ବର୍ତ୍ତମାନ ନିମ୍ନୋକ୍ତ ସମ୍ବନ୍ଧ ବ୍ୟବହାରକରି AB ଏବଂ AC ଦୂରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇପାରିବ ।

$$AB = \frac{AD}{\sin 60^0}$$

ଏବଂ $$AC = \frac{AD}{\sin 50^0}$$

$$AB = \frac{70.60}{0.8660} = 81.52 \text{ ମିଟର}$$

$$AC = \frac{70.60}{0.7660} = 92.16 \text{ ମିଟର}$$



ଚିତ୍ର.43

ତ୍ରିକୋଣମିତିକ ସୂତ୍ର ଏବଂ ସାରଣୀ ବ୍ୟବହାରକରି ଏହି ଧରଣର ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ପ୍ରଶ୍ନର ସମାଧାନ ମଧ୍ୟ କରାଯାଇପାରିବ । ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ ଗୋଟିଏ ଦୂରବର୍ତ୍ତୀ କୋଠାଘର, ଦୁର୍ଗ, ଶୃଙ୍ଗ ଇତ୍ୟାଦିର ଉଚ୍ଚତା ସେହି ସ୍ଥାନକୁ ନଯାଇ ମାପି ହେବ । ଏହା ଚିତ୍ର - 43 ରେ ସୂଚିତ ହୋଇଛି ।

C ହେଉଛି ଶୃଙ୍ଗର ଶୀର୍ଷ । ଜଣେ ଦର୍ଶକ କୂଳରେ A ସ୍ଥାନରେ ଠିଆହୋଇ CAB କୋଣର ପରିମାପ କଲା । $\angle CAB = 55^0$ । ସେ 100 ମିଟରେ ଦୂରବର୍ତ୍ତୀ B ବିନ୍ଦୁକୁ ଯାତ୍ରା କଲା ଏବଂ CBD କୋଣର ପରିମାପ କଲା । $\angle CBD = 65^0$ । ବର୍ତ୍ତମାନ

$$\frac{h}{BD} = \tan 65^0 \quad \text{ଏବଂ} \quad \frac{h}{100 + BD} = \tan 55^0$$

ନିମ୍ନୋକ୍ତ ସମ୍ବନ୍ଧ ପ୍ରୟୋଗକରି h ର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିହେବ ।

$$h = \frac{100 \times \tan 55^0}{\tan 65^0 - \tan 55^0} \times \tan 65^0$$

$$\frac{100 \times 1.4281 \times 2.1445}{2.1445 - 1.4281}$$

$$= 427.5 \text{ ମିଟର}$$

ଅତଏବ ଶୃଙ୍ଗର ଉଚ୍ଚତା 427.5 ମିଟର । ତ୍ରିକୋଣମିତିର ବ୍ୟବହାର ଦ୍ୱାରା ସମାହିତ ହୋଇଥିବା ସବୁଠାରୁ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ କାର୍ଯ୍ୟହେଲା ଏଭରେଷ୍ଟ ଶୃଙ୍ଗର ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ ।

ସହାୟକ ଗ୍ରନ୍ଥସୂଚୀ

1. Graham Flagg: *Numbers*, Penguin Books.
2. James R. Newman: *The World of Mathematics*, Vol. II, Tempus Books.
3. Lancelot Hogben: *Mathematics for the Millions*, Pocket Books.
4. —: *Mathematics in the Modern World*, The Scientific American Publication.
5. Morris Kline: *Mathematical Thought*, Vol. I, Oxford University Press.
6. N. Datta and Singh: *History of Hindu Mathematics*.
7. N.H. Phadke: *Lilavati Punar Darshan* (Marathi).
8. R.P. Kulkarni: *Four Shulba-sutras* (Marathi), Sahitya Sanskriti Mandal, Maharashtra.

Printed at : Jay Kay Offset Printers, 17 DSIDC, Rohtak Road, New Delhi - 41.

ମଣିଷର ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ଗଣିତର ଆବଶ୍ୟକତା ଅବିସମ୍ବାଦିତ । ଗଣିତ ଏକାଧାରରେ ଏକ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ପ୍ରକାରର କଳା ଏବଂ ବିଜ୍ଞାନ, ସର୍ବୋପରି ବିଜ୍ଞାନର ଭାଷା । ଏହି ପୁସ୍ତକରେ ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ଗଣିତର ପ୍ରାସଙ୍ଗିକତାକୁ ସରଳ ଭାବରେ ବୁଝାଇ ଦିଆଯାଇଛି । ନିତିଦିନିଆ ସରଳ ଜୀବନରୁ ଗଣିତ କିପରି ସୃଷ୍ଟି ହୋଇଛି ଏବଂ ଦିନୁଦିନ ଜାତ ହେଉଥିବା ଜଟିଳ ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନରେ ସହାୟକ ହୋଇଛି ତାହା ଦର୍ଶାଇ ଦିଆଯାଇଛି । ଏଥିରେ ବିଂଶ ଶତାବ୍ଦୀ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଗଣିତର ବିକାଶରେ ପ୍ରାଚୀନ ଗଣିତଜ୍ଞମାନଙ୍କର ଅବଦାନ ଓ ଐତିହାସିକ ଭୂମିକା ବର୍ଣ୍ଣନା କରାଯିବା ସହିତ ଯଥାସଂଭବ ସ୍ୱଳ୍ପ ଗାଣିତିକ ଶବ୍ଦ ଓ ସୂତ୍ର ମାଧ୍ୟମରେ ଏହାକୁ ସରଳ ଭାବରେ ବୁଝାଇଦେବାର ପ୍ରୟାସ କରାଯାଇଛି । ପୁସ୍ତକଟି ଗଣିତକୁ ବୁଝିବା, ଅଧ୍ୟୟନ କରିବା ଏବଂ ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ଗ୍ରହଣ କରିବାରେ ଆଗ୍ରହୀ ସାଧାରଣ ପାଠକଙ୍କର ଅବଶ୍ୟ ସହାୟକ ହେବ ।

ଲେଖକ ଆର. ଏମ. ଭାଗୱତ ହୋମିଭାବା ସେଣ୍ଟର ଫର ସାଇନ୍‌ସ ଏଡୁକେଶନ୍‌ରେ ଦୀର୍ଘକାଳ କାର୍ଯ୍ୟକଲା ପରେ ଅବସର ଗ୍ରହଣ କରିଛନ୍ତି । ଏଚ୍ ବି ସି ଏସ୍ ଇ ଏବଂ ଅକ୍‌ସଫୋର୍ଡ ୟୁନିଭର୍ସିଟି ପ୍ରେସ୍ ଦ୍ୱାରା ପ୍ରକାଶିତ ବିଜ୍ଞାନ ଓ ଗଣିତ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ବହୁ ପୁସ୍ତକର ସହ-ଲେଖକ ଭାବରେ ତଥା ଜଣେ ଗଣିତବିଶେଷଜ୍ଞ ଭାବରେ ତାଙ୍କର ଖ୍ୟାତି ରହିଛି ।



ଟ. 40.00 ISBN 81-237-4620-2

ନ୍ୟାସନାଲ ବୁକ୍ ଟ୍ରଷ୍ଟ, ଇଣ୍ଡିଆ